TOME 18 — N° 2 — FÉVRIER 1957

LE JOURNAL DE PHYSIQUE

ET

LE RADIUM

SUR L'UTILISATION DES PSEUDO-TENSEURS EN PHYSIQUE

Par THÉODORE VOGEL,
Centre National de la Recherche Scientifique, C. R. S. I. M., Marseille.

1. **Introduction.** — La physique se construit au moyen des observables, c'est-à-dire de grandeurs lues sur des appareils de mesure, et que l'on rattache aux différents phénomènes grâce à une correspondance qui constitue un postulat. Certains des observables sont, pour les besoins de la description des phénomènes, considérés comme des variables indépendantes, et leur ensemble constitue l'espace de représentation : ce sera souvent l'espace géométrique « réel », par exemple lorsqu'il s'agira d'étudier comment une qualité physique est répartie ou se propage dans l'espace ; ce pourra aussi être un espace abstrait, comme lorsqu'on étudiera les variations de quelque grandeur « en fonction » de la température, du volume, de la concentration... De toutes façons, l'état du système considéré en un point de l'espace de représentation sera caractérisé par un tableau de nombres, constituant une fonction de point.

On constate que tous les observables rencontrés en physique sont représentés, soit par un nombre unique, soit par un jeu de n nombres (n au plus égal au nombre de dimensions de l'espace) : ce qui suggère leur représentation mathématique par des scalaires pour la première catégorie, par des vecteurs pour la seconde ; mais un examen plus attentif de la façon dont ces nombres se transforment lors d'un changement de repère fait apparaître certaines difficultés, ce qui a conduit de nombreux auteurs à distinguer des scalaires, des pseudo-scalaires de sortes différentes, des vecteurs et des pseudo-vecteurs,... Or le comportement d'un être de la physique mathématique lors d'un changement de repère est un caractère très important, d'une part parce que toute mesure est faite par rapport à un certain repère, et que de l'autre nous avons le sentiment (au moins en macrophysique) que les relations entre les observables traduisent une réalité profonde, extrinsèque aux observations faites, et qui doit par conséquent être finalement mise sous une forme indépendante du repère utilisé par l'observateur. On ne peut donc écarter comme sans importance le fait que certains observables ne se transforment pas comme d'autres qui leur ressemblent par ailleurs ; mais il est essentiel également de tendre vers l'économie et la simplicité maxima des moyens mathématiques utilisés, et de ne pas évoquer à l'existence des catégories d'êtres dont il serait possible de se passer. C'est sous ce double jour que nous allons examiner la question des pseudo-tenseurs.

2. **Tenseurs vrais.** — Pour rendre compte des grandeurs qui ne changent pas lors d'un changement de repère, de celles qui se transforment comme les vecteurs de la géométrie élémentaire, c'est-à-dire comme des segments de droite orientés, et de celles qui peuvent être considérées comme des opérateurs transformant un vecteur en un autre vecteur non nécessairement colinéaire, il suffit d'une seule catégorie d'êtres, et de la plus simple imaginable : celle des tenseurs.

Un tenseur d'ordre q dans un espace à n dimensions est un être à n^q composantes, traditionnellement dénotées par une même lettre suivie de q indices, les uns au-dessus, les autres au-dessous de la ligne, chaque indice pouvant prendre les valeurs numériques 1, 2, ..., n. Lorsque, par suite d'un changement de repère, les coordonnées x^i sont remplacées par les $x'^j = x'^j(x^1, \ldots, x^n)$, le jacobien de cette transformation étant $||a^i_j||$, chaque nouvelle composante du tenseur est une forme multilinéaire de toutes les anciennes composantes et des a^i_j (pour les indices supérieurs) ou de leurs inverses (pour les indices inférieurs).

L'algèbre tensorielle connaît trois opérations : l'*addition*, qui porte sur des tenseurs de même ordre et de même disposition d'indices (ou « variance »), et qui crée un tenseur de même ordre et de même variance ; la *multiplication*, qui crée un tenseur

dont l'ordre est la somme des ordres des facteurs, et où chaque indice de ceux-ci se retrouve avec sa variance :

$$t^{\alpha\cdot\cdot}{}_{\beta\cdot\cdot}{}^{a\cdot\cdot}{}_{b\cdot\cdot} = p^{\alpha\cdot\cdot}{}_{\beta\cdot\cdot}\, q^{a\cdot\cdot}{}_{b\cdot\cdot},$$

et la *contraction*, qui diminue de deux unités l'ordre d'un tenseur s'il comporte deux indices de variances contraires ; les composantes du tenseur contracté s'obtiennent en donnant au couple d'indices à éliminer les mêmes valeurs, et en sommant sur toutes les valeurs possibles ; on dénote simplement la contraction, pour alléger l'écriture, en attribuant le même symbole aux deux indices par rapport à quoi l'on somme. Ainsi,

$$t^{\alpha\beta}_{\alpha} \equiv t^{1\beta}_{1} + t^{2\beta}_{2} + \ldots + t^{n\beta}_{n},$$

obtenu par contraction d'un tenseur du 3e ordre, est visiblement un tableau de n nombres dépendant du seul indice β, formant un tenseur d'ordre 1.

Les scalaires vrais sont des tenseurs d'ordre 0, les vecteurs de la géométrie élémentaire — des tenseurs d'ordre 1 ; il apparaît que la transformation d'un vecteur en un autre peut s'exprimer comme son produit par un tenseur d'ordre 2 de variance convenable, suivi d'une contraction :

$$u^{i}\, t^{j}_{k} \longrightarrow u^{i}\, t^{j}_{i} = v^{j}\,;$$

c'est comme opérateurs de cette sorte que les tenseurs du second ordre apparaissent généralement en physique.

D'après ce qui a été dit dans l'introduction, on cherchera toujours à ramener l'expression des lois physiques à des relations entre invariants (donc, entre scalaires) ; si les observables qui interviennent sont des vecteurs, on cherchera donc à introduire des produits contractés tels que $u^{i}\, v_{i}$, $t_{ij}\, u^{i}\, v^{j}$, etc. En particulier, la seconde de ces expressions est d'un type qui se rencontrera fréquemment dans un espace métrique, c'est-à-dire dans un espace où l'on peut attribuer une signification à la distance entre deux points. (Ce ne sera évidemment pas le cas de certains espaces de représentation, par exemple du plan p, v des pressions et des volumes dans la théorie des fluides compressibles : de tels espaces sont « affines »). Si l'espace est métrique, on peut définir le carré de la distance entre deux points voisins par la forme différentielle fondamentale (scalaire)

$$(\mathrm{d}s)^2 = g_{ij}\, \mathrm{d}x^{i}\, \mathrm{d}x^{j}\,;$$

ici, g_{ij} est un tenseur covariant dit tenseur métrique fondamental ; le contracte $g_{ij}\, \mathrm{d}x^{i}$ est un vecteur covariant, attaché au vecteur contravariant $\mathrm{d}x^{j}$, et qu'on peut considérer comme représentant, d'une manière différente, le même être géométrique ; si on le dénote $\mathrm{d}x_{j}$, $(\mathrm{d}s)^2$ se présente comme le produit contracté ou scalaire de $\overrightarrow{\mathrm{d}x}$ par lui-même, et l'on rejoint les résultats de la géométrie vectorielle élémentaire.

Au tenseur covariant g_{ij}, on peut attacher de même un tenseur contravariant g^{ij} tel que le contracte scalaire $g_{ij}\, g^{ij}$ soit égal à 1 : alors $g^{ij}\, \mathrm{d}x_{j}$ est le tenseur contravariant du premier ordre $\mathrm{d}x^{i}$. Les deux tenseurs métriques $g_{\cdot\cdot}$ et $g^{\cdot\cdot}$ permettent ainsi de changer la variance d'un vecteur qui conserve son identité géométrique : cette variance apparaît ainsi comme extrinsèque dans un espace métrique, d'intrinsèque qu'elle était dans l'espace affine.

Toutes les questions liées aux rotations font intervenir le sens de la rotation, donc l'orientation du repère. Les expressions que l'on rencontrera dans ces questions doivent donc logiquement être construites à partir, d'une part, des êtres qui représentent les grandeurs physiques extrinsèques, et, de l'autre, d'un être lié au repère et exprimant son orientation (c'est-à-dire établissant un ordre dans la séquence des coordonnées). Cet être sera de préférence un tenseur, pour ne pas créer de catégorie nouvelle ; il sera d'ordre n égal au nombre de dimensions de l'espace ; et ses composantes changeront de signe lorsqu'on permutera l'ordre de deux coordonnées : ce sera donc un tenseur « complètement antisymétrique » d'ordre n, ou n-vecteur, soit

$$\begin{aligned}\varepsilon_{ij\ldots n} &= K \text{ si la permutation i, j, … n est paire ;}\\ &= -K \text{ si elle est impaire ;}\\ &= 0 \text{ si elle comporte une répétition.}\end{aligned}$$

La valeur numérique K (« composante stricte » du tenseur ε, dans le langage de l'algèbre extérieure) pourra utilement être choisie égale à $\sqrt{\mathrm{dét}(g_{\alpha\beta})}$; les composantes de notre tenseur seront alors les jacobiens du repère par rapport à un système d'axes cartésien « absolu ».

Le procédé usuel de multiplication contractée par les $g^{\alpha\beta}$ permet de définir de même le tenseur contravariant $\varepsilon^{ij\ldots n}$ dont les composantes valent $\pm\, 1/\sqrt{\mathrm{dét}\ (g_{\alpha\beta})}$ ou 0. Lors d'un changement de variables $x^{i} \longrightarrow x'^{j}$, on aura

$$\varepsilon^{1\ldots n}\, \varepsilon'_{1\ldots n} = \frac{\mathrm{D}(x^{i})}{\mathrm{D}(x'^{j})} \text{ jacobien de la transformation.}$$

Applications : 1° L'élément de volume construit sur les vecteurs $\vec{u}$, $\vec{v}$, … $\vec{z}$ sera avec ces notations

$$V = \varepsilon_{ij\ldots n}\, u^{i}\, v^{j} \ldots z^{n},$$

d'où le nom de « tenseur d'élément de volume » donné à ε. Dans E_3, l'élément de surface construit sur les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sera, de même, représenté par le vecteur

$$\sigma_{k} = \varepsilon_{ijk}\, u^{i}\, v^{j}.$$

2° Faisons tourner dans son plan et autour de son origine le vecteur $\vec{r}$: la vitesse de son extrémité sera un vecteur $\vec{v}$, et l'on pourra passer de l'un à

l'autre par l'opération tensorielle formelle

$$v_i = t_{ij}\, r^j.$$

Le sens de $\vec{v}$ devant dépendre de celui de la rotation, il faut mettre en évidence dans t le tenseur ε, soit

$$t_{ij} \equiv \varepsilon_{ijk}\, \omega^k\,; \qquad v_i = \varepsilon_{ijk}\, r^j\, \omega^k.$$

$\vec{\omega}$ est la vitesse « angulaire ».

3° Si, au lieu de considérer la dérivée d'un vecteur par rapport au temps, on prenait sa dérivée spatiale (covariante), qui est un tenseur du second ordre $t^{ij} = \nabla^i r^j$, on pourrait de même construire un vecteur différentiel qui dépende du sens de rotation, grâce à la multiplication contractée par le tenseur ε : cet être,

$$v_k = \varepsilon_{ijk}\, \nabla^i\, r^j$$

est le rotationnel de $\vec{r}$. Il est nul si $\vec{r}$ a lui-même la nature d'une dérivée spatiale, $r^j = \partial^j a$, du fait que la dérivée seconde $\nabla\partial$ est symétrique.

3. **Pseudo-tenseurs.** — Nous venons de rencontrer plusieurs êtres d'un usage constant en physique, et que nous avons construits au moyen : *a*) d'éléments extrinsèques tensoriels, *b*) d'un tenseur attaché au repère et caractérisant son orientation. Les êtres ainsi obtenus sont des tenseurs et en suivent les lois, mais lorsqu'on change de repère l'un de leurs constituants est remplacé par un autre, qui joue le même rôle auprès du nouveau repère.

Cette façon de présenter les choses n'est pas la seule, ni même la plus courante parmi les physiciens. En effet, on cherche souvent à éviter l'introduction de tenseurs du 3e ordre, dont il est moins aisé de donner une notion imagée ; et l'on profite du fait — particulier à l'espace tridimensionnel — que les composantes d'un tenseur antisymétrique du second ordre, considéré comme bivecteur, sont au nombre de trois, comme les composantes tensorielles vraies d'un vecteur. On associe donc un vecteur à ce tenseur, et on ne fait intervenir explicitement dans les formules que ce vecteur « adjoint ». Ceci entraîne des difficultés, du fait que le vecteur adjoint ne se transforme pas comme un vecteur mais comme le tenseur du second ordre qu'il représente : d'où la nécessité de dénominations et de notations particulières (vecteur « axial », $\overset{\nearrow}{v}$), et celle de bien distinguer la nature des êtres dont les constituants sont des vecteurs et des pseudo-vecteurs.

Ainsi, à l'expression $\varepsilon_{ijk}\, u^i\, v^j$ on substitue le pseudo-vecteur « produit vectoriel » $\overset{\nearrow}{w} = \vec{u} \wedge \vec{v}$, de composantes $u^2\, v^3 - u^3\, v^2$, $u^3\, v^1 - u^1\, v^3$, $u^1\, v^2 - u^2\, v^1$, et dont l'orientation change avec celle du repère suivant une règle qu'il faut se rappeler (règles des trois doigts, du tire-bouchon, etc.) ; la vitesse angulaire, le rotationnel, sont représentés par des pseudo-vecteurs ; etc.

Le déterminant des $g_{..}$ n'a aucune raison de figurer dans la constitution d'êtres à qui l'on s'est attaché à donner une apparence extrinsèque (d'ailleurs trompeuse, puisqu'on sera amené à leur attribuer un comportement qui dépendra du repère). On écrit donc l'élément de surface sous la forme $d\overset{\nearrow}{\sigma} = d\vec{u} \wedge d\vec{v}$, et l'on constate que lors d'un changement de repère il faut multiplier les anciennes composantes par le jacobien de la transformation. De même, l'élément de volume est défini, sans expliciter les caractéristiques du repère, comme le produit scalaire du vecteur hauteur élémentaire par l'élément de surface servant de base : $dV = d\vec{u} . d\vec{v} \wedge d\vec{w}$; un changement de repère entraîne la multiplication de la valeur numérique de dV par le jacobien de la transformation.

Nous avons donc rencontré ici des êtres qui ont le comportement suivant : ils se transforment comme des scalaires ou des vecteurs, sauf un changement de signe lorsqu'on change l'orientation du repère autrement conservé, et une multiplication par le jacobien de la transformation lorsque tout le repère est transformé. Ces pseudo-scalaires et pseudo-vecteurs reçoivent le nom de « capacités scalaires et vectorielles ».

Dès que l'on introduit les capacités, on est naturellement amené à envisager d'autres êtres, qui se transforment par multiplication par les inverses des jacobiens : ce seront les « densités scalaires, ou vectorielles ». Le produit d'une capacité par une densité fait visiblement disparaître l'anomalie, et constitue un tenseur vrai. Allant plus loin, on a dénommé « poids » d'un pseudo-tenseur la puissance à laquelle figure le jacobien dans la formule de transformation : ce poids est 0 pour les tenseurs vrais, ± 1 pour les densités et capacités, 2 pour le produit de deux capacités, par exemple ; etc. Un exemple de densité scalaire de poids 2 est donné part $\text{dét}(g_{..})$; dès lors, $\sqrt{\text{dét}(g_{..})}$ est une densité de poids 1, et son produit par une capacité est bien un tenseur.

Mais ceci n'épuise pas les catégories d'êtres nouveaux dont nous avons besoin en physique : en effet, certaines grandeurs sont liées à l'élément de volume, par exemple, mais non à l'orientation des axes ; telle est la densité de masse. On doit donc considérer aussi des « densités et capacités absolues ».

En somme, on a été amené à mettre en jeu au moins trois classes d'êtres mathématiques : les tenseurs, les pseudo-tenseurs « relatifs », sensibles à la configuration du repère et à son orientation, les pseudo-tenseurs « absolus », sensibles à la configuration mais non à l'orientation du repère. On ne peut supprimer l'une des deux dernières classes qu'en convenant de s'abstenir à jamais de certaines transformations d'axes, ce qui est difficilement admissible.

4. **Conclusions.** — Nous pouvons maintenant comparer, des points de vue de la cohérence, de la simplicité et de la sécurité, les deux algorithmes, l'un purement tensoriel, l'autre mixte, dont on voit l'équivalence quant au fond. Le premier ne fait intervenir que des êtres obéissant à des lois communes, le deuxième en crée d'au moins trois classes. Le premier explicite dans toutes les écritures l'orientation du repère lorsqu'elle joue un rôle, le second laisse cette orientation à l'arrière-plan parmi les conventions dont il faut se souvenir au moment opportun. Le premier nécessite l'écriture de nombreux indices, dont le second se passe en tout ou en partie. Le premier définit des êtres dont certains sont difficiles à « visualiser », le second se prête à des images géométriques parlantes.

Dans les relations entre tenseurs vrais, le contrôle de l'homogénéité de variance est immédiat, et suffit le plus souvent à éviter toute erreur ; lorsqu'on fait intervenir des pseudo-tenseurs, il faut encore faire attention à l'homogénéité de nature des êtres utilisés. A cet égard, certaines lois physiques ne sont pas faciles à mettre en forme : nous en prendrons un exemple, celui de la force de Lorentz en électromagnétisme.

1° Le champ électrique, orienté le long des lignes de courant indépendamment du repère, est un vecteur vrai, que l'on pourra considérer comme covariant ; la densité de charge électrique, qui donne un scalaire après intégration en volume, est une densité scalaire absolue. Le produit $\rho\vec{E}$ est donc une densité vectorielle absolue ; ce caractère doit donc être également celui de la force de Lorentz $\vec{F}$ et de son deuxième terme $\vec{I} \wedge \vec{B}$.

2° Mais $\vec{B}$ est de même nature que sa dérivée temporelle, donc que rot $\vec{E}$; et le rotationnel d'un vecteur vrai (covariant) peut être considéré comme une densité vectorielle contravariante, ou comme un bivecteur covariant.

3° Le déplacement $\vec{D}$, dont la divergence est la densité scalaire absolue ρ, doit être une densité vectorielle absolue, ainsi que sa dérivée temporelle ; donc $\rho\vec{I}$ est une telle densité (ainsi que rot $\vec{H}$), et $\vec{I}$ est un vecteur covariant, ou contravariant.

4° Le produit vectoriel d'un vecteur co- ou contravariant par une densité vectorielle contravariante est un trivecteur ou un vecteur covariant, donc un être qui n'est pas de la nature de F ; il faut donc que B soit un bivecteur covariant, et alors son produit vectoriel par I est bien une densité vectorielle absolue si I est pris contravariant. La formule donnant F est ainsi homogénéisée, et il ne reste plus qu'à déterminer la nature de H : on trouve que ce doit être une densité bivectorielle absolue.

Notons que pour arriver à la cohérence, il a fallu faire intervenir des êtres assez compliqués du second ordre, ce qu'on voulait éviter.

Comparons le point de vue purement tensoriel : Si le champ est un vecteur covariant E_j, son rotationnel sera le vecteur contravariant $\varepsilon^{ijk}\,\partial_i E_j$: l'induction magnétique sera donc de même nature, soit B^k. De même, ρ étant un scalaire, on prendra pour le déplacement l'expression D^k, pour le courant I^k ; dans l'expression de la force, la contraction de $I^i B^j$ multiplié par ε_{ijk} donne le vecteur F_k, homogène avec ρE_k.

On voit combien la vérification est ici directe, simple et sûre.

Nous terminerons sur l'observation suivante : on a souvent écrit, en suivant Maxwell, que les vecteurs de la physique devaient être rangés en deux catégories, selon qu'ils sont « définis » par leur circulation ou par leur flux : entendant par là, suivant que la grandeur la plus aisément accessible à l'observation, ou la plus aisément interprétée en termes de notions physiques, était la valeur de l'intégrale curviligne $\int \vec{u}\, ds$ prise le long de la frontière d'une surface S, ou celle de l'intégrale de surface $\int \vec{u}\, .d\vec{\sigma}$ étendue à S. Nous croyons cette distinction grosse de danger, et d'ailleurs antiphilosophique. Lorsqu'il fait des calculs, le physicien n'opère pas sur des grandeurs physiques, mais sur des êtres mathématiques, définis uniquement par leurs propriétés ; deux êtres qui ont les mêmes propriétés ne doivent pas plus être distingués que ne doivent l'être deux nombres rationnels, dont l'un serait écrit à la plume et l'autre au crayon. D'autre part, les théorèmes de Gauss et Stokes établissent entre les circulations et les flux des relations étroites, qui deviennent difficiles à comprendre si les êtres mis en jeu ne sont pas de même nature ; on est amené à donner, à des coefficients de proportionnalité scalaires qui expriment la collinéarité de deux vecteurs, par exemple, une nature compliquée et un peu mystérieuse (ainsi dans l'équation de Maxwell $\vec{D} = \varepsilon\vec{E}$, où les grandeurs accessibles sont le flux de $\vec{D}$ et la circulation de $\vec{E}$).

En résumé, nous croyons que la plupart des points délicats que soulèvent les relations entre les êtres qui représentent les grandeurs physiques disparaissent lorsqu'on renonce à une simplicité qui n'est qu'apparente. Les pseudo-tenseurs ne sont qu'une façon subreptice de faire de l'algèbre extérieure, et les difficultés tiennent à ce qu'on refuse de la faire ouvertement. En fait, il est rarement utile de recourir à cette algèbre ; le calcul tensoriel pur, plus abstrait à la vérité que le calcul vectoriel, mais extrêmement simple, permet de traiter la plus grande partie des questions de physique mathématique.

Manuscrit reçu le 16 novembre 1956.

DIFFUSION NUCLÉON-NUCLÉON PAR DES FORCES NON CENTRALES
II. DIFFUSION PROTON-PROTON.

Par M. GOURDIN,
Laboratoire de Physique de l'École Normale Supérieure, Paris.

Introduction. — Dans un premier article [1], nous avons étudié la diffusion neutron-proton en présence de forces non centrales en employant une méthode due à Rohrlich et Eisenstein [2]. Dans le cas proton-proton, nous suivons un formalisme identique dans son esprit, recherchant les fonctions propres du hamiltonien pour obtenir des angles de phases réels. Mais la forme des calculs doit être modifiée pour deux raisons. Nous avons à tenir compte d'un potentiel coulombien dû à la présence de deux particules chargées qui modifiera très sensiblement le hamiltonien par l'existence de termes en $1/r$, à longue portée par rapport aux autres termes de potentiel. Ensuite, nous mettons en présence deux particules identiques, ce qui entraîne l'application du principe d'exclusion de Pauli.

Nous pouvons ainsi séparer le vecteur d'onde diffusée en deux parties : une partie purement nucléaire et une partie purement coulombienne. La section efficace différentielle se présente alors sous la forme d'une somme de trois termes : un terme nucléaire, un terme coulombien, un terme dû à l'interférence entre les deux ondes. Le terme purement coulombien n'offre pas de difficultés et nous nous bornerons à donner les résultats connus [3], [4]. Le terme nucléaire est développé en polynômes de Legendre d'ordre pair en employant une méthode analogue à celle utilisée dans le cas neutron-proton. Enfin le terme d'interférence est calculé sous sa forme la plus générale. Nous donnons une application de cette théorie dans le cas où l'on ne considère que les états triplets P et F. La formule obtenue se réduisant à celle de Breit [5] si l'on néglige les états F.

A. **Méthode des ondes partielles pour les états triplets.** — En employant la même méthode que dans le cas de la diffusion neutron-proton, on cherche à déterminer les fonctions propres du nouvel hamiltonien H, qui diffère de l'ancien par l'addition d'un potentiel coulombien dû à la présence de deux particules chargées.

$$H = -\frac{\hbar^2}{M}\nabla^2 + J(x) + S_{12}\,K(x) + \frac{e^2}{x}.$$

Le nouvel opérateur D_L s'écrit alors

$$D_L = \frac{d^2}{dx^2} + k^2 - \frac{L(L+1)}{x^2} - 2\,\frac{\varepsilon k}{x}$$

avec

$$\varepsilon = \frac{M}{\hbar^2}\frac{e^2}{2k}.$$

Deux solutions linéairement indépendantes de l'équation différentielle du second ordre à laquelle aboutit la séparation des variables radiales et angulaires :

$$D_L(x)\mathcal{Y}_L(x) = 0$$

sont les fonctions de Coulomb [6] $F_L(\varepsilon,\ kx)$ et $G_L(\varepsilon,\ kx)$, la première, régulière à l'origine, la seconde irrégulière en ce même point et dont les formes asymptotiques sont les suivantes :

$$\begin{cases} F_L(x,\ kx) \simeq \sin\,(kx - L\pi/2 - \varepsilon\,\mathrm{Log}\,2kx + \sigma_L) \\ G_L(\varepsilon,\ kx) \simeq \cos\,(kx - L\pi/2 - \varepsilon\,\mathrm{Log}\,2kx + \sigma_L) \end{cases}$$

où l'on a posé

$$\sigma_L = \arg\Gamma(L + 1 + i\varepsilon).$$

B. **Diffusion purement nucléaire** (voir le cas neutron-proton [1]). — Le comportement asymptotique des fonctions radiales $u_J(x)$. $v_J(x)$, $w_J(x)$ est fourni par la forme asymptotique des fonctions de Coulomb que nous venons de voir ci-dessus.

Le vecteur d'onde relatif aux nombres quantiques J et m donnés peut alors s'exprimer au moyen de trois déphasages δ_J^α, δ_J^β, δ_J^γ, de deux coefficients de mélanges η_J^α et η_J^γ liés par la relation :

$$\eta_J^\alpha\,\eta_J^\gamma + 1 = 0$$

et de trois constantes arbitraires $A_J^m\,B_J^m\,C_J^m$ que l'on déterminera ultérieurement :

$$\vec{\Psi}(J,\ m\ ;\ \vec{r}) \simeq \frac{e^{i(kx-\varepsilon\mathrm{Log}2kx)}}{2ix}\Big\{\vec{Y}^m_{JJ-11}\Big[A^m_J\,e^{i(\sigma_{J-1}+\delta^\alpha_J)}\,e^{-i(J-1)\frac{\pi}{2}} + C^m_J\,e^{i(\sigma_{J+1}+\delta^\gamma_J)}\,e^{-i(J+1)\frac{\pi}{2}}\Big]$$

$$+\ \vec{Y}^m_{JJ+11}\Big[\eta^\alpha_J\,A^m_J\,e^{i(\sigma_{J-1}+\delta^\alpha_J)}\,e^{-i(J-1)\frac{\pi}{2}} + \eta^\gamma_J\,C^m_J\,e^{i(\sigma_{J+1}+\delta^\gamma_J)}\,e^{-i(J+1)\frac{\pi}{2}}\Big] + \vec{Y}^m_{JJ1}\Big[B^m_J\,e^{i(\sigma_J+\delta^\beta_J)}\,e^{-iJ\frac{\pi}{2}}\Big]\Big\}$$

$$-\frac{e^{-i(kx-\varepsilon \mathrm{Log}\,2kx)}}{2ix}\Big\{\overrightarrow{Y}^m_{JJ-11}\Big[A^m_J\,e^{-i(\sigma_{J-1}+\delta^\alpha_J)}\,e^{i(J-1)\frac{\pi}{2}}+C^m_J\,e^{-i(\sigma_{J+1}+\delta^\gamma_J)}\,e^{i(J+1)\frac{\pi}{2}}\Big] \quad (1)$$

$$+\overrightarrow{Y}^m_{JJ+11}\Big[\eta^\alpha_J\,A^m_J\,e^{-i(\sigma_{J-1}+\delta^\alpha_J)}\,e^{i(J-1)\frac{\pi}{2}}+\eta^\gamma_J\,C^m_J\,e^{-i(\sigma_{J+1}+\delta^\gamma_J)}\,e^{i(J+1)\frac{\pi}{2}}\Big]+\overrightarrow{Y}^m_{JJ1}\Big[B^m_J\,e^{-i(\sigma_J+\delta^\beta_J)}\,e^{iJ\frac{\pi}{2}}\Big]\Big\}.$$

Il s'agit maintenant de développer d'une façon analogue l'onde incidente purement coulombienne [3] :

$$\Psi^{m_s}_{\text{Coulomb}}=\frac{1}{kx}\sum_0^\infty(2L+1)\,i^L\,e^{i\sigma_L}\,F_L(\varepsilon,kx)\,P_L(\cos\theta)\,\overrightarrow{\chi}\,{}^{m_s}.$$

A l'aide des coefficients de Clebsch-Gordan, on obtient un développement en vecteurs harmoniques sphériques ; la forme asymptotique de la fonction régulière de Coulomb $F_L(\varepsilon, kx)$ permet d'obtenir une forme similaire à celle de l'onde totale :

$$\overrightarrow{\Psi}_c(J,m;\overrightarrow{r})\simeq\frac{e^{i(kx-\varepsilon\mathrm{Log}\,2kx)}}{2ix}\sum_{L=J-1}^{L=J+1}(2L+1)^{1/2}\left(\frac{4\pi}{k^2}\right)^{1/2}C_{L1}(J,m;0,m)\,e^{2i\sigma_L}\,\overrightarrow{Y}^m_{JL1}$$

$$-\frac{e^{-i(kx-\varepsilon\mathrm{Log}\,2kx)}}{2ix}\sum_{L=J-1}^{L=J+1}(2L+1)^{1/2}\left(\frac{4\pi}{k^2}\right)^{1/2}C_{L1}(J,m;0,m)\,e^{i\pi L}\,\overrightarrow{Y}^m_{JL1}.$$

Nous voulons maintenant déterminer les trois constantes arbitraires de l'onde totale : $A^m_J\ B^m_J\ C^m_J$; il suffit pour cela d'écrire que le coefficient de :

$$e^{-i(kx-\varepsilon\mathrm{Log}\,2kx)}$$

est le même pour les deux ondes. Un simple système d'équations linéaires détermine alors ces constantes et permet d'écrire l'expression de l'onde diffusée purement nucléaire :

$${}_N\overrightarrow{\Psi}_{SC}(J,m;\overrightarrow{r})=\frac{e^{i(kx-\varepsilon\mathrm{Log}\,2kx)}}{x}\sum_L\frac{S^m_{JL}}{2i}\overrightarrow{Y}^m_{JL1}(\theta,\Phi). \quad (3)$$

Les coefficients S^m_{JL} étant donnés par les expressions :

$$\frac{S^m_{JJ-1}}{2i}=\frac{E^m_{JJ-1}}{\eta^\gamma_J-\eta^J_\gamma}\Big[\eta^\gamma_J\,e^{2i\sigma_{J-1}}\,e^{i\delta^\alpha_J}\sin\delta^\alpha_J-\eta^\alpha_J\,e^{i(\sigma_{J+1}+\sigma_{J-1})}\,e^{i\delta^\gamma_J}\sin(\delta^\gamma_J+\sigma_{J\ 1}-\sigma_{J-1})\Big]$$

$$+\frac{E^m_{JJ+1}}{\eta^\gamma_J-\eta^\alpha_J}\Big[e^{i(\sigma_{J+1}+\delta^\gamma_J)}\sin(\sigma_{J+1}+\delta^J_\gamma)-e^{i(\sigma_{J-1}+\delta^\alpha_J)}\sin(\sigma^{J-1}+\delta^\alpha_J)\Big]$$

$$\frac{S^m_{JJ+1}}{2i}=\frac{E^m_{JJ+1}}{\eta^\gamma_J-\eta^\alpha_J}\Big[\eta^\gamma_J\,e^{2i\sigma_{J+1}}\,e^{i\delta^\gamma_J}\sin\delta^\gamma_J-\eta^\alpha_J\,e^{i(\sigma_{J+1}+\sigma_{J-1}+\delta^\alpha_J)}\sin(\sigma_{J-1}-\sigma_{J+1}+\delta^\alpha_J)\Big] \quad (4)$$

$$+\frac{E^m_{JJ-1}}{\eta^\gamma_J-\eta^\alpha_J}\Big[e^{i(\sigma_{J+1}+\delta^\gamma_J)}\sin(\sigma_{J+1}+\delta^\gamma_J)-e^{i(\sigma_{J-1}+\delta^\alpha_J)}\sin(\sigma_{J-1}+\delta^\alpha_J)\Big]$$

$$\frac{S^m_{JJ}}{2i}=E^m_{JJ}\,e^{2i\sigma_J}\,e^{i\delta^\beta_J}\sin\delta^\beta_J.$$

Mais la présence de particules identiques impose de former la combinaison

$${}_N\overrightarrow{\Psi}{}^m\,\text{totale}={}_N\overrightarrow{\Psi}{}^m(\theta,\Phi)-{}_N\overrightarrow{\Psi}{}^m(\pi-\theta,\pi+\Phi) \quad (5)$$

pour avoir la partie purement nucléaire de l'onde diffusée totale dans l'état triplet.

Le vecteur harmonique sphérique $\overrightarrow{Y}^m_{JL1}(\theta,\Phi)$ se décompose sur les axes $\overrightarrow{\chi}_1$, $\overrightarrow{\chi}_{-1}$, $\overrightarrow{\chi}_0$ proportionnellement à des harmoniques sphériques ordinaires [7]. On déduit, des relations de parité de ces dernières [8] l'égalité :

$$\overrightarrow{Y}^m_{JL1}(\pi-\theta,\pi+\Phi)=(-1)^L\,\overrightarrow{Y}^m_{JL1}(\theta,\Phi).$$

Donc la combinaison (5) a une double conséquence, les parties de l'onde pour lesquelles L est pair disparaissent ; les autres se doublent. Nous pouvons condenser ces résultats dans la définition de coefficients $L_J\ M_J\ N_J\ P_J$, de forme analogue à ceux définis dans le cas neutron-proton.

Si nous décomposons S^m_{JJ-1} et S^m_{JJ+1} suivant E^m_{JJ-1} et E^m_{JJ+1} nous obtenons :

$$\left|\begin{aligned}\frac{S^m_{JJ-1}}{2i}&=L_J\,E^m_{J\,J-1}+M_J\,E^m_{J\,J+1}\\ \frac{S^m_{JJ+1}}{2i}&=N_J\,E^m_{J\,J+1}+M_J\,E^m_{J\,J-1}\\ \frac{S^m_{JJ}}{2i}&=P_J\,E^m_{JJ}.\end{aligned}\right. \quad (6)$$

Où l'on a posé, en tenant compte de la parité :

1er *cas* : J impair :

$$L_J = M_J = N_J = 0$$

$$P_J = e^{2i\sigma_J}\, e^{i\delta_J^\beta} \sin \delta_J^\beta.$$

2e *cas* : J pair :

$$P_J = 0$$

$$L_J = \frac{\eta_J^\gamma\, e^{2i\sigma_{J-1}}\, e^{i\delta_J^\alpha} \sin \delta_J^\alpha - \eta_J^\alpha\, e^{i(\sigma_{J+1}+\sigma_{J-1}+\delta_J^\gamma)} \sin (\sigma_{J+1} + \delta_J^\gamma - \sigma_{J-1}}{\eta_J^\gamma - \eta_J^\alpha}$$

$$M_J = \frac{e^{i(\sigma_{J+1}+\delta_J^\gamma)} \sin (\delta_J^\gamma + \sigma_{J+1}) - e^{i(\sigma_{J-1}+\delta_J^\alpha)} \sin (\delta_J^\alpha + \sigma_{J-1})}{\eta_J^\gamma - \eta_J^\alpha}$$

$$N_J = \frac{\eta_J^\gamma\, e^{2i\delta_{J+1}}\, e^{i\delta_J^\gamma} \sin \delta_J^\gamma - \eta_J^\alpha\, e^{i(\sigma_{J+1}+\sigma_{J-1}+\delta_J^\alpha)} \sin (\sigma_{J-1} + \delta_J^\alpha - \sigma_{J+1})}{\eta_J^\gamma - \eta_J^\alpha}.$$

Le détail des calculs de la section efficace différentielle purement nucléaire est maintenant absolument identique à celui du cas neutron-proton puisque nous avons mis l'onde diffusée purement nucléaire sous une expression formellement semblable. Seule l'application en termes de déphasages des formules générales varie et nous expliciterons les résultats des calculs lorsque l'on ne considère que les états $^3P_1$, $^3F_3$, $(^3P_2 + {}^3F_2)$, $^3F_4^+$, $^3P_0^-$, les autres étant négligeables.

Dans ce cas particulier, nous avons :

$$N_0 = e^{2i\sigma_1}\, e^{i\delta_0^\gamma} \sin \delta_0^\gamma$$

$$P_1 = e^{2i\sigma_1}\, e^{i\delta_1^\beta} \sin \delta_1^\beta$$

$$L_2 = \frac{e^{2i\sigma_1}\, e^{i\delta_2^\alpha} \sin \delta_2^\alpha}{1 + \eta_2^2} + \frac{\eta_2^2\, e^{i(\sigma_1+\sigma_3+\delta_2^\gamma)} \sin (\delta_2^\gamma + \sigma_3 - \sigma_1)}{1 + \eta_2^2}$$

$$M_2 = \frac{\eta_2\, e^{i(\sigma_1+\delta_2^\alpha)} \sin (\delta_2^\alpha + \sigma_1)}{1 + \eta_2^2} - \frac{\eta_2\, e^{i(\sigma_3+\delta_2^\gamma)} \sin (\delta_2^\gamma + \sigma_3)}{1 + \eta_2^2}$$

$$N_2 = \frac{e^{2i\sigma_3}\, e^{i\delta_2^\gamma} \sin \delta_2^\gamma}{1 + \eta_2^2} + \frac{\eta_2^2\, e^{i(\sigma_1+\sigma_3+\delta_2^\alpha)} \sin (\delta_2^\alpha + \sigma_1 - \sigma_3)}{1 + \eta_2^2}$$

$$P_3 = e^{2i\sigma_3}\, e^{i\delta_3^\beta} \sin \delta_3^\beta \qquad L_4 = e^{2i\sigma_3}\, e^{i\delta_4^\alpha} \sin \delta_4^\alpha.$$

Toutes les autres quantités sont nulles et l'on considère, au total, six angles de phase. Nous allons expliciter les termes provenant du développement des tableaux écrits dans le cas de la diffusion neutron-proton (article I).

Mais dans ce cas, il y a des tableaux à rejeter à cause de la présence de particules identiques. Restent seulement, les tableaux numériques X_1, Y_1, Z_1 ; X_3, Y_3, Z_3 ; ξ_{13}, η_{13}, et ζ_{13}.

Seules les quantités que nous avions appelées :

$$\rho_1, \quad \rho_3 \quad \text{et} \quad \tau_{13}$$

sont différentes de 0

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}\,\text{nucléaire} = 4[\rho_1 + \rho_3 + \tau_{13}].$$

Le facteur 4 provient de la superposition des ondes (θ, Φ) et $(\pi - \theta, \Phi + \pi)$.

Rappelons les expressions de ρ_1, ρ_3 et τ_{13} :

$$\frac{k^2}{2}\rho_1 = \frac{1}{6}(X_1 + Y_1)\, P_0(\cos\theta) + \frac{1}{6}(2X_1 - Y_1)\, P_2(\cos\theta)$$

$$\frac{k^2}{2}\rho_3 = \frac{1}{6}(X_3 + Y_3 + Z_3)\, P_0(\cos\theta) + \left(\frac{2}{9}X_3 + \frac{1}{6}Y_3\right) P_2(\cos\theta)$$

$$+ \left(\frac{3}{11}X_3 + \frac{1}{22}Y_3 - \frac{7}{22}Z_3\right) P_4(\cos\theta) + \left(\frac{50}{99}X_3 - \frac{25}{66}Y_3 + \frac{5}{33}Z_3\right) P_6(\cos\theta)$$

$$\frac{k^2}{2}\tau_{13} = \left(\frac{3}{2\sqrt{21}}\xi_{13} + \frac{1}{\sqrt{14}}\eta_{13}\right) P_2(\cos\theta) + \left(\frac{2}{\sqrt{21}}\xi_{13} - \frac{1}{\sqrt{14}}\eta_{13}\right) P_4(\cos\theta).$$

Il est alors aisé d'écrire la section efficace différentielle sous la forme d'un développement en polynômes de Legendre :

$$\frac{\mathrm{d}\,\sigma}{\mathrm{d}\,\Omega}\text{nucléaire} = \frac{8}{k^2}\,\Sigma\, a_\lambda\, P_{2\lambda}\,(\cos 0)$$

$$a_0 = \frac{1}{6}\,|N_0|^2 + \frac{1}{2}\,|P_1|^2 + \frac{5}{6}\,[|L_2|^2 + 2|M_2|^2 + |N_2|^2] + \frac{7}{6}\,|P_3|^2 + \frac{3}{2}\,|L_4|^2.$$

$$a_1 = \frac{7}{12}\,|L_2|^2 + \frac{\sqrt{6}}{12}\,(L_2, M_2) + \frac{17}{21}\,|M_2|^2 + \frac{4\sqrt{6}}{21}\,(M_2, N_2) + \frac{16}{21}\,|N_2|^2 + \frac{1}{14}\,(L_2, N_2)$$

$$+ \frac{1}{4}\,|P_1|^2 + \frac{275}{168}\,|L_4|^2 + \frac{25}{72}\,(P_3, L_4) + (P_1, P_3) + \frac{1}{3}\,(N_0, L_2)$$

$$+ \frac{3}{4}\,(P_1, L_2) + \frac{1}{2}\,(L_2, P_3) + \frac{27}{14}\,(L_2, L_4) + \frac{1}{\sqrt{6}}\,(N_0, M_2) - \frac{\sqrt{6}}{4}\,(P_1, M_2)$$

$$- \frac{\sqrt{6}}{3}\,(M_2, P_3) + \frac{\sqrt{6}}{7}\,(M_2, L_4) + \frac{1}{2}\,(N_0, N_2) + \frac{1}{2}\,(P_1, N_2) + \frac{1}{3}\,(N_2, P_3) + \frac{1}{63}\,(N_2, L_4).$$

$$a_2 = \frac{10}{7}\,(L_2, M_2) + \frac{20}{7}\,|M_2|^2 + \frac{10\sqrt{6}}{21}\,(M_2, N_2) + \frac{5}{21}\,|N_2|^2 + \frac{7}{66}\,|P_3|^2 + \frac{351}{308}\,|L_4|^2$$

$$+ \frac{45}{44}\,(P_3, L_4) + \frac{2}{3}\,(N_0, L_4) + \frac{5}{4}\,(P_1, L_4) + \frac{3}{4}\,(P_1, P_3) + \frac{5}{4}\,(L_2, P_3) - \frac{5\sqrt{6}}{6}\,(M_2, P_3)$$

$$+ \frac{5}{6}\,(N_2, P_3) + \frac{25}{84}\,(L_2, L_4) + \frac{5\sqrt{6}}{14}\,(M_2, L_4) + \frac{45}{154}\,(N_2, L_4).$$

$$a_3 = \frac{175}{88}\,|P_3|^2 + \frac{125}{72}\,(P_3, L_4) + \frac{125}{284}\,|L_4|^2 + \frac{250}{99}\,N_2, L_4).$$

On rappelle que les notations ci-dessus ont pour signification :

$$\left|\begin{array}{l} |P_3|^2 = P_3^*\,P_3 \\ (P_3, L_4) = P_3^*\,L_4 + P_3\,L_4^*. \end{array}\right.$$

Dans ces conditions, explicitons les termes en fonction des déphasages qu'ils contiennent.

$$|N_0|^2 = \sin^2 \delta_0^\gamma$$

$$|P_1|^2 = \sin^2 \delta_1^\beta$$

$$(N_0, P_1) = 2 \sin \delta_0^\gamma \sin \delta_1^\beta \cos (\delta_0^\gamma - \delta_1^\beta)$$

$$|P_3|^2 = \sin^2 \delta_3^\beta$$

$$|L^4|^2 = \sin^2 \delta_4^\alpha$$

$$(P_3, L_4) = 2 \sin \delta_3^\beta \sin \delta_4^\alpha \cos (\delta_3^\beta - \delta_4^\alpha)$$

$$(N_0, P_3) = 2 \sin \delta_0^\gamma \sin \delta_3^\beta \cos (\delta_3^\beta - \delta_0^\gamma + 2\sigma_3 - 2\sigma_1)$$

$$(N_0, L_4) = 2 \sin \delta_0^\gamma \sin \delta_4^\alpha \cos (\delta_4^\alpha - \delta_0^\gamma + 2\sigma_3 - 2\sigma_1)$$

$$(P_1, P_3) = 2 \sin \delta_1^\beta \sin \delta_3^\beta \cos (\delta_3^\beta - \delta_1^\beta + 2\sigma_3 - 2\sigma_1)$$

$$(P_1, L_4) = 2 \sin \delta_1^\beta \sin \delta_4^\alpha \cos (\delta_4^\alpha - \delta_1^\beta + 2\sigma_3 - 2\sigma_1)$$

$$(N_0, L_2) = \frac{2}{1 + \eta_2^2} \sin \delta_0^\gamma \sin \delta_2^\alpha \cos (\delta_2^\alpha - \delta_0^\gamma) + \frac{2\eta_2^2}{1 + \eta_2^2} \sin \delta_0^\gamma \sin (\delta_2^\gamma + \sigma_3 - \sigma_1) \cos (\delta_2^\gamma - \delta_0^\gamma + \sigma_3 - \sigma_1)$$

$$(P_1, L_2) = \frac{2}{1 + \eta_2^2} \sin \delta_1^\beta \sin \delta_2^\alpha \cos (\delta_2^\alpha - \delta_1^\beta) + \frac{2\eta_2^2}{1 + \eta_2^2} \sin \delta_1^\beta \sin \delta_2^\alpha \cos (\delta_2^\alpha - \delta_1^\beta + \sigma_3 - \sigma_1)$$

$$(N_0,\ M_2) = \frac{2\eta_2}{1+\eta_2^2}\sin\delta_0^\gamma\sin(\delta_2^\alpha+\sigma_1)\cos(\delta_2^\alpha-\delta_0^\gamma-\sigma_1) - \frac{2\eta_2}{1+\eta_2^2}\sin\delta_0^\gamma\sin(\delta_2^\gamma+\sigma_3)\cos(\delta_2^\gamma-\delta_0^\gamma+\sigma_3-2\sigma_1)$$

$$(P_1,\ M_2) = \frac{2\eta_2}{1+\eta_2^2}\sin\delta_1^\beta\sin(\delta_2^\alpha+\sigma_1)\cos(\delta_2^\alpha-\delta_1^\beta-\sigma_1) - \frac{2\eta_2}{1+\eta_2^2}\sin\delta_1^\beta\sin(\delta_2^\gamma+\sigma_3)\cos(\delta_2^\gamma-\delta_1^\beta+\sigma_3-2\sigma_1)$$

$$(N_0,\ N_2) = \frac{2}{1+\eta_2^2}\sin\delta_0^\gamma\sin\delta_2^\gamma\cos(\delta_2^\gamma-\delta_0^\gamma+2\sigma_3-2\sigma_1) + \frac{\eta^2}{1+\eta_2^2}\sin\delta_0^\gamma\sin(\delta_2^\alpha+\sigma_1-\sigma_3)\cos(\delta_2^\alpha-\delta_0^\gamma+\sigma_3-\sigma_1)$$

$$(P_1,\ N_2) = \frac{2}{1+\eta_2^2}\sin\delta_1^\beta\sin\delta_2^\gamma\cos(\delta_2^\gamma-\delta_1^\beta+2\sigma_3-2\sigma_1) + \frac{2\eta_2^2}{1+\eta_2^2}\sin\delta_1^\beta\sin(\delta_2^\alpha+\sigma_1-\sigma_3)\cos(\delta_2^\alpha-\delta_1^\beta+\sigma_3-\sigma_1)$$

$$(P_3,\ L_2) = \frac{2}{1+\eta_2^2}\sin\delta_3^\beta\sin\delta_2^\alpha\cos(\delta_3^\beta-\delta_2^\alpha+2\sigma_3-2\sigma_1) + \frac{2\eta_2^2}{1+\eta_2^2}\sin\delta_3^\beta\sin(\delta_2^\gamma+\sigma_3-\sigma_1)\cos(\delta_3^\beta-\delta_2^\gamma+\sigma_3-\sigma_1)$$

$$(L_4,\ L_2) = \frac{2}{1+\eta_2^2}\sin\delta_4^\alpha\sin\delta_2^\alpha\cos(\delta_4^\alpha-\delta_2^\alpha+2\sigma_3-2\sigma_1) + \frac{2\eta_2^2}{1+\eta_2^2}\sin\delta_4^\alpha\sin(\delta_2^\gamma+\sigma_3-\sigma_1)\cos(\delta_4^\alpha-\delta_2^\gamma+\sigma_3-\sigma_1)$$

$$(P_3,\ M_2) = \frac{2\eta_2}{1+\eta_2^2}\sin\delta_3^\beta\sin(\delta_2^\alpha+\sigma_1)\cos(\delta_3^\beta-\delta_2^\alpha+2\sigma_3-\sigma_1) - \frac{2\eta_2}{1+\eta_2^2}\sin\delta_3^\beta\sin(\delta_2^\gamma+\sigma_3)\cos(\delta_3^\beta-\delta_2^\gamma+\sigma_3)$$

$$(L_4,\ M_2) = \frac{2\eta_2}{1+\eta_2^2}\sin\delta_4^\alpha\sin(\delta_2^\alpha+\sigma_1)\cos(\delta_4^\alpha-\delta_2^\alpha+2\sigma_3-\sigma_1) - \frac{2\eta_2}{1+\eta_2^2}\sin\delta_4^\alpha\sin(\delta_2^\gamma+\sigma_3)\cos(\delta_4^\alpha-\delta_2^\gamma+\sigma_3)$$

$$(P_3,\ N_2) = \frac{2}{1+\eta_2^2}\sin\delta_3^\beta\sin\delta_2^\gamma\cos(\delta_3^\beta-\delta_2^\gamma) + \frac{2\eta_2^2}{1+\eta_2^2}\sin\delta_3^\beta\sin(\delta_2^\alpha+\sigma_1-\sigma_3)\cos(\delta_3^\beta-\delta_2^\alpha+\sigma_3-\sigma_1)$$

$$(L_4,\ N_2) = \frac{2}{1+\eta_2^2}\sin\delta_4^\alpha\sin\delta_2^\gamma\cos(\delta_4^\alpha-\delta_2^\gamma) + \frac{2\eta_2^2}{1+\eta_2^2}\sin\delta_4^\alpha\sin(\delta_2^\alpha+\sigma_1-\sigma_3)\cos(\delta_4^\alpha-\delta_2^\alpha+\sigma_3-\sigma_1)$$

$$|L_2|^2 = \frac{\sin^2\delta_2^\alpha}{[1+\eta_2^2]^2} + \frac{\eta_2^4}{[1+\eta_2^2]^2}\sin^2(\delta_2^\gamma+\sigma_3-\sigma_1) + \frac{2\eta_2^2}{[1+\eta_2^2]^2}\sin\delta_2^\alpha\sin(\delta_2^\gamma+\sigma_3-\sigma_1)\cos(\delta_2^\gamma-\delta_2^\alpha+\sigma_3-\sigma_1)$$

$$|M_2|^2 = \frac{\eta_2^2}{[1+\eta_2^2]^2}\sin^2(\delta_2^\alpha+\sigma_1) + \frac{\eta_2^2}{[1+\eta_2^2]^2}\sin^2(\delta_2^\gamma+\sigma_3) - \frac{2\eta_2^2}{[1+\eta_2^2]^2}\sin(\delta_2^\alpha+\sigma_1)\sin(\delta_2^\gamma+\sigma_3)\cos(\delta_2^\gamma-\delta_2^\alpha+\sigma_3-\sigma_1)$$

$$|N_2|^2 = \frac{\sin^2\delta_2^\gamma}{[1+\eta_2^2]^2} + \frac{\eta_2^4}{[1+\eta_2^2]^2}\sin^2(\delta_2^\alpha+\sigma_1-\sigma_3) + \frac{2\eta_2^2}{[1+\eta_2^2]^2}\sin\delta_2^\gamma\sin(\delta_2^\alpha+\sigma_1-\sigma_3)\cos(\delta_2^\gamma-\delta_2^\alpha+\sigma_3-\sigma_1),$$

$$(L_2,\ M_2) = \frac{2\eta_2}{[1+\eta_2^2]^2}\sin\delta_2^\alpha\sin(\delta_2^\alpha+\sigma_1)\cos\sigma_1 + \frac{2\eta_2^3}{[1+\eta_2^2]^2}\sin(\delta_2^\gamma+\sigma_3-\sigma_1)\sin(\delta_2^\alpha+\sigma_1)\cos(\delta_2^\gamma-\delta_2^\alpha+\sigma_3)$$

$$- \frac{2\eta_2}{[1+\eta_2^2]^2}\sin\delta_2^\alpha\sin(\delta_2^\gamma+\sigma_3)\cos(\delta_2^\gamma-\delta_2^\alpha+\sigma_3-2\sigma_1) - \frac{2\eta_2^3}{[1+\eta_2^2]^2}\sin(\delta_2^\gamma+\sigma_3)\sin(\delta_2^\gamma+\sigma_3-\sigma_1)\cos\sigma_1$$

$$(M_2,\ N_2) = \frac{2\eta_2}{[1+\eta_2^2]^2}\sin\delta_2^\gamma\sin(\delta_2^\alpha+\sigma_1)\cos(\delta_2^\gamma-\delta_2^\alpha+2\sigma_3-\sigma_1) + \frac{2\eta_2^3}{[1+\eta_2^2]^2}\sin(\delta_2^\alpha+\sigma_1)\sin(\delta_2^\alpha+\sigma_1-\sigma_3)\cos\sigma_3$$

$$- \frac{2\eta_2}{[1+\eta_2^2]^2}\sin\delta_2^\gamma\sin(\delta_2^\gamma+\sigma_3)\cos\sigma_3 - \frac{2\eta_2^3}{]1+\eta_2^2]^2}\sin(\delta_2^\gamma+\sigma_3)\sin(\delta_2^\alpha+\sigma_1+\sigma_3)\cos(\delta_2^\gamma-\delta_2^\alpha-\sigma_1)$$

$$(N_2,\ L_2) = \frac{2}{[1+\eta_2^2]^2}\sin\delta_2^\alpha\sin\delta_2^\gamma\cos(\delta_2^\gamma-\delta_2^\alpha+2\sigma_3-2\sigma_1) + \frac{2\eta_2^4}{[1+\eta_2^2]^2}\sin(\delta_2^\alpha+\sigma_1-\sigma_3)\sin(\delta_2^\gamma+\sigma_3-\sigma_1)\cos(\delta_2^\gamma-\delta_2^\alpha)$$

$$+ \frac{2\eta_2^2}{[1+\eta_2^2]^2}\sin\delta_2^\alpha\sin(\delta_2^\alpha+\sigma_1-\sigma_3)\cos(\sigma_3-\sigma_1) + \frac{2\eta_2^2}{[1+\eta_2^2]^2}\sin\delta_2^\gamma\sin(\delta_2^\gamma+\sigma_3-\sigma_1)\cos(\sigma_3-\sigma_1).$$

C. **Diffusion purement coulombienne.** — Le problème de la diffusion par un potentiel coulombien est un problème classique qui possède une solution exacte [3], [4]. L'onde diffusée est de la forme

$$_{C}\Psi(\vec{r}) = -\frac{e^{i(kx-\varepsilon \mathrm{Log}\, 2kx)}}{x} \frac{\varepsilon\, e^{2i\sigma_0}}{2k} \frac{e^{-i\varepsilon \mathrm{Log} \sin^2 \frac{\theta}{2}}}{\sin^2 \frac{\theta}{2}} \quad (1)$$

Puisque nous avons en présence des particules identiques, nous formons la combinaison

$$_{C}\Psi_{\text{totale}} = \Psi(\theta) - \Psi(\pi - \theta)$$

afin d'avoir l'onde diffusée totale purement coulombienne

$$_{C}\Psi_{\text{totale}} = \frac{e^{i(kx-\varepsilon \mathrm{Log}\, 2kx)}}{x} \frac{\varepsilon\, e^{2i\sigma_0}}{2k} \left[\frac{e^{-i\varepsilon \mathrm{Log} \cos^2 \frac{\theta}{2}}}{\cos^2 \frac{\theta}{2}} - \frac{e^{-i\varepsilon \mathrm{Log} \sin^2 \frac{\theta}{2}}}{\sin^2 \frac{\theta}{2}} \right] \quad (2)$$

que nous pouvons écrire :

$$_{C}\Psi_{\text{totale}} = \frac{e^{i(kx-\varepsilon \mathrm{Log}\, 2kx)}}{x} C(\theta)$$

en posant :

$$C(\theta) = \frac{\varepsilon\, e^{2i\sigma_0}}{2k} \left[\frac{e^{-i\varepsilon \mathrm{Log} \cos^2 \frac{\theta}{2}}}{\cos^2 \frac{\theta}{2}} - \frac{e^{-i\varepsilon \mathrm{Log} \sin^2 \frac{\theta}{2}}}{\sin^2 \frac{\theta}{2}} \right] \quad (3)$$

La section efficace différentielle purement coulombienne prend la forme :

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} \text{coulombienne} = |C(\theta)|^2$$

$$|C(\theta)|^2 = \frac{\varepsilon^2}{4k^2} \left[\frac{1}{\cos^4 \frac{\theta}{2}} + \frac{1}{\sin^4 \frac{\theta}{2}} - 2 \frac{\cos\left(\varepsilon \ \mathrm{Log} \ \mathrm{tg}^2 \frac{\theta}{2}\right)}{\sin^2 \frac{\theta}{2} \cos^2 \frac{\theta}{2}} \right] \quad (4)$$

D. **Interférence des deux ondes.** — L'onde diffusée totale, somme des ondes diffusées coulombienne et purement nucléaire s'écrit, pour les états triplets :

$$\vec{\Psi}_m = \frac{e^{i(kx-\varepsilon \mathrm{Log}\, 2kx)}}{x} \left[\sum_{JL} \frac{S^m_{JL}}{i} \vec{Y}^m_{JL1} + C(\theta) \vec{\chi}_m \right]. \quad (1)$$

Si nous calculons la section efficace différentielle totale nous pouvons séparer son expression en trois termes :

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{d\sigma}{d\Omega}\text{coulombienne} + \frac{d\sigma}{d\Omega}\text{nucléaire} + \frac{d\sigma}{d\Omega}\text{interférence.}$$

Nous avons donné l'expression des deux premiers termes et nous allons nous intéresser maintenant au terme dû à l'interférence des deux ondes.

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}\text{int.} \quad (2)$$

$$= \frac{1}{3} \sum_{mJL} \left[C^*(\theta) \frac{S^m_{JL}}{i} \vec{Y}^m_{JL1} \cdot \vec{\chi}^*_m - C(\theta) \frac{S^{m*}_{JL}}{i} \vec{Y}^{m*}_{JL1} \cdot \vec{\chi}_m \right]$$

Le calcul est mené de manière a effectuer la sommation sur m la première. La connaissance [7] des composantes du vecteur harmonique sphérique $\vec{Y}^m_{JL1}$ sur les axes $\vec{\chi}_m$, permet d'effectuer les produits scalaires :

$$\vec{Y}^{m*}_{JL1} \cdot \vec{\chi}_m = \vec{Y}^m_{JL1} \cdot \vec{\chi}_m.$$

En remplaçant les coefficients S^m_{JL} par leur expression (B ; 6) on obtient pour la section efficace différentielle due à l'interférence des ondes coulombienne et nucléaire la forme suivante

$$\boxed{\frac{d\sigma}{d\Omega}\text{int} = \frac{2}{3\,k} \sum_L P_L(\cos \theta) \cdot (C(\theta),\ T_L).} \quad (3)$$

En posant :

$$T_L = (2L-1)\, N_{L-1} + (2L+1)\, P_L + (2L+3)\, L_{L+1} \quad (4)$$

avec la notation [1] $(A, B) = AB^* + BA^*$.

Explicitons maintenant les expressions de L_{L+1}, N_{L+1}, P_{L+1} en termes d'angles de phase. Nous emploierons, à cet effet, une fonction auxiliaire :

$$(C(\theta),\ e^{i(2\sigma_L + \Delta)} \sin \Delta) = H_L(\Delta, \theta)$$

qui peut s'écrire d'après l'expression de C donnée précédemment : (3, paragraphe C)

$$H_L(\Delta, \theta) = \frac{\varepsilon}{k} \sin \Delta \left\{ \frac{\cos\left[\Delta + \varepsilon\, \mathrm{Log} \cos^2 \frac{\theta}{2} + 2(\sigma_L - \sigma_0)\right]}{\cos^2 \frac{\theta}{2}} - \frac{\cos\left[\Delta + \varepsilon\, \mathrm{Log} \sin^2 \frac{\theta}{2} + 2(\sigma_L - \sigma_0)\right]}{\sin^2 \frac{\theta}{2}} \right\}. \quad (5)$$

Ce qui permet d'écrire :

$$\left| \begin{aligned} (C,\ L_{L+1}) &= \frac{\eta^{\gamma}_{L+1}}{\eta^{\gamma}_{L+1} - \eta^{\alpha}_{L+1}} H_L(\delta^{\alpha}_{L+1}, \theta) - \frac{\eta^{\alpha}_{L+1}}{\eta^{\gamma}_{L+1} - \eta^{\alpha}_{L+1}} H_L(\delta^{\gamma}_{L+1} + \sigma_{L+2} - \sigma_L, \theta) \\ (C,\ N_{L-1}) &= \frac{\eta^{\gamma}_{L-1}}{\eta^{\gamma}_{L-1} - \eta^{\alpha}_{L-1}} H_L(\delta^{\gamma}_{L-1}, \theta) - \frac{\eta^{\alpha}_{L-1}}{\eta^{\gamma}_{L-1} - \eta^{\alpha}_{L-1}} H_L(\delta^{\alpha}_{L-1} + \sigma_{L-2} - \sigma_L, \theta) \\ (C,\ P_L) &= H_L(\delta^{\beta}_{L}, \theta). \end{aligned} \right. \quad (6)$$

Nous avons ainsi l'expression générale de la partie de la section efficace différentielle de la diffusion proton-proton correspondant à l'interférence des ondes diffusées purement nucléaire et coulombienne : il suffit de calculer les expressions (6) d'après la formule (5) et de les porter dans l'équation (3).

En particulier, si l'on se borne aux états P et F :

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}\,\text{int} = \frac{2}{3k}\left[\alpha_1(\theta)\, P_1(\cos\theta) + \alpha_3(\theta)\, P_3(\cos\theta)\right]$$

$$\alpha_1(\theta) = \frac{5}{1+\eta_2^2} H_1(\delta_2^\alpha, \theta) + \frac{5\eta_2^2}{1+\eta_2^2} H_1(\delta_2^\gamma + \sigma_3 - \sigma_1, \theta) + 3H_1(\delta_1^\beta, \theta) + H_1(\delta_0^\gamma, \theta)$$

$$\alpha_3(\theta) = 9H_3(\delta_4^\alpha, \theta) + 7H_3(\delta_3^\beta, \theta) + \frac{5}{1+\eta_2^2} H_3(\delta_2^\gamma, \theta) + \frac{5\eta_2^2}{1+\eta_2^2} H_3(\delta_2^\alpha + \sigma_1 - \sigma_3, \theta).$$

Ce travail a été effectué au Laboratoire de Physique de l'École Normale Supérieure où l'auteur a reçu l'hospitalité. Il tient très particulièrement à remercier M. Maurice Lévy, Maître de Conférences à la Faculté des Sciences de Paris, qui a dirigé et conseillé ses recherches par ses précieux conseils.

Manuscrit reçu le 9 janvier 1956.

BIBLIOGRAPHIE

[1] Gourdin (M.), Diffusion neutron-proton (noté I). *J. Physique Rad.*, 1956, **12**, 998.
[2] Rohrlich (F.) et Eisenstein (J.), *Phys. Rev.*, 1949, **72**, 705.
[3] Messiah (A. L.), Cours de Mécanique Quantique, 1954.
[4] Mott (N. F.) et Massey (H. S. W.), Theory of Atomic Collisions.
[5] Breit (G.), Kittel (C.) et Thaxton (H. M.), *Phys. Rev.*, 1940, **57**, 255.
[6] Abramowitz, Introduction aux « tables of Coulomb wave fonctions » National Bureau of Standards, 1952.
[7] Blatt (J. M.) et Weisskopf (V. F.), Theoretical Nuclear Physics.
[8] Magnus (W.) et Oberhettinger (F.), Formeln und Sätze für die Speziellen Funktionen der Mathematischen Physik.

CONSTANTES OPTIQUES DE L'ARGENT EN COUCHES MINCES

Par R. PHILIP et J. TROMPETTE,
Laboratoire de Physique Générale, Faculté des Sciences de Marseille.

Si l'on suppose, en première approximation, qu'une couche mince métallique est continue, homogène, isotrope et limitée par deux faces planes et parallèles on peut la caractériser par trois paramètres : l'épaisseur d, l'indice de réfraction ν et l'indice d'extinction $\varkappa$, ces deux derniers pouvant d'ailleurs constituer un indice complexe $n = \nu - j\varkappa$.

Nous nous sommes proposés, dans le présent travail, de déterminer ces trois paramètres, pour des lames trés minces d'argent, dans le visible et le proche ultra-violet et en particulier au voisinage de la bande de transparence de l'argent (3100 Å).

Nous avons utilisé pour ces déterminations la méthode de Malé [1] qui a l'avantage de fournir *simultanément* d, ν et $\varkappa$ en utilisant seulement des mesures faites en incidence normale. On évite ainsi l'influence d'une éventuelle anisotropie de la couche et on limite les erreurs et les difficultés d'interprétation des résultats dues à un manque possible d'homogénéité, comme l'a montré P. Bousquet [2].

Au moyen des résultats ainsi obtenus nous avons essayé de vérifier les théories de Maxwell-Garnett [3], Malé [4] et David [5] sur la variation des constantes ν et $\varkappa$ avec l'épaisseur des couches. La théorie de David nous a enfin permis de donner un ordre de grandeur des dimensions des microcristallites constituant les couches les plus minces.

I. Détermination des constantes optiques et de l'épaisseur vraie. — Rappelons brièvement les différentes méthodes utilisables dans ce but :

a. Parmi les méthodes polarimétriques [6], celle de Försterling [7] permet de déduire les indices et l'épaisseur de la lame, de l'analyse de la lumière elliptique obtenue par réflexion oblique d'un faisceau de lumière polarisé rectilignement. Malheureusement, cette méthode conduit à des épaisseurs complexes dont la partie imaginaire n'est pas négligeable. Ce résultat semble montrer qu'en incidence oblique les trois paramètres ν, $\varkappa$ et d sont insuffisants pour caractériser complètement la lame. Ceci peut être dû au fait que les couches ne sont pas toujours parfaitement isotropes. Un défaut d'homogénéité peut aussi, en incidence oblique, créer des perturbations analogues, comme l'a montré Bousquet [2].

De toutes façons, l'inconvénient majeur des méthodes polarimétriques est leur difficulté d'interprétation correcte, du fait que l'on ne mesure que des différences de phase ou des rapports d'intensité relatifs aux deux composantes perpendiculaire et parallèle et jamais des différences de phases ou des intensités absolues.

b. Les méthodes photométriques, associées ou non à des mesures de changement de phase, ont l'avantage de pouvoir être utilisées en incidence normale. On évite de cette façon les perturbations dues à une possible anisotropie des lames. De plus, un éventuel défaut d'homogénéité serait plus facile à mettre en évidence que par des mesures polarimétriques.

Pour les lames très minces $\left(4\pi\nu\frac{d}{\lambda} \text{ et } 4\pi\varkappa\frac{d}{\lambda} \text{ petits par rapport à } 1\right)$ Abelès [8] a donné une méthode permettant le calcul direct de ν, $\varkappa$ et d. Pour que cette méthode soit utilisable il est nécessaire que la relation de Wolter [9] $n_2 A - n_0 A' = 0$ ne soit pas vérifiée. Or, les lames minces d'argent, comme l'un de nous l'a montré [10], vérifient toutes, à la précision des mesures, cette relation, ce qui rend la méthode inapplicable.

Schopper [11] déduit des coefficients complexes de réflexion et de transmission les indices et l'épaisseur des lames. Le changement de phase par transmission étant assez difficile à mesurer, nous avons utilisé la méthode graphique de Malé [1] qui ne nécessite, en général, que la connaissance de trois grandeurs indépendantes. Pour l'appliquer nous avons mesuré en incidence normale R, R' T et les changements de phase apparents à la réflexion, côté air Δr et côté support $\Delta r'$. (On appelle ici changement de phase apparent, la différence de phase entre l'onde lumineuse qui s'est réfléchie sur la lame et celle qui s'est réfléchie sur le support.) Ces mesures ont été faites pour plusieurs longueurs d'onde du spectre visible et proche ultra-violet.

Les mesures de R, R' et T ont pu être effectuées pour toutes les longueurs d'onde, pour des épaisseurs comprises entre 0 et 72 mμ tandis que Δr et $\Delta r'$ n'ont pu être mesurés, pour des épaisseurs supérieures à 25 mμ, que dans l'ultraviolet.

TABLEAU 1

CONSTANTES OPTIQUES DE L'ARGENT EN LAME MINCE : ν = INDICE DE RÉFRACTION, $\varkappa$ = INDICE D'EXTINCTION.

d_m	d	3 021 Å		3 261 Å		3 404 Å		4 358 Å		4 800 Å		5 086 Å		5 461 Å		5 780 Å	
(mμ)	(mμ)	ν	$\varkappa$	ν	$\varkappa$	ν	$\varkappa$	ν	$\varkappa$	ν	$\varkappa$	ν	$\varkappa$	ν	$\varkappa$	ν	$\varkappa$
0,65	4,3...	1,0	0,2	—	—	—	—	1,05	0,8	—	—	1,5	0,55	1,5	0,4	1,45	0,3
1,30	5,7...	—	—	—	—	—	—	1,5	1,2	1,55	1,0	2,2	1,0	2,25	0,73	2,2	0,6
1,95	6,3...	1,1	0,42	—	—	—	—	1,4	1,5	1,9	1,6	2,4	1,4	2,6	1,2	2,7	1,0
2,60	7,9...	1,04	0,44	—	—	—	—	1,2	1,55	1,75	1,75	2,0	1,8	2,4	1,5	2,7	1,3
3,25	9,1...	1,3	0,3	—	—	—	—	1,1	1,6	1,5	1,8	1,75	2,0	2,0	2,0	2,6	1,6
3,90	10,1...	1,2	0,4	—	—	—	—	1,1	1,5	1,4	1,9	1,65	2,0	1,6	2,3	2,0	2,2
10,8	12,8...	1,6	0,75	—	—	0,4	1,2	0,5	2,6	0,6	3,2	0,8	3,5	1,0	3,7	1,05	3,9
14,4	17,1...	1,5	0,8	—	—	0,35	1,2	0,34	2,4	0,38	2,9	0,38	3,3	0,46	3,8	0,53	3,8
18,0	20,4...	1,35	0,75	—	—	0,35	1,1	0,18	2,2	0,24	2,6	0,18	2,8	0,22	3,9	0,24	3,2
21,6	23,5...	1,30	0,8	—	—	0,25	1,2	0,14	2,3	0,12	2,55	0,12	2,45	0,18	3,9	0,18	3,7
24,1	25,3...	1,2	0,8	0,7	0,4	0,18	0,9	0,18	2,35	0,16	2,7	0,16	3,0	0,17	3,6	0,18	3,8
36,2	37,1...	1,13	0,8	0,5	0,5	0,29	1,0	0,13	2,5	0,11	2,6	0,10	2,7	0,13	3,3	0,21	3,7
48,2	49,1...	1,2	0,8	0,5	0,5	0,25	1,0	0,13	2,5	0,12	2,5	0,11	2,7	0,14	3,4	0,18	3,7
60,2	61,5...	1,25	0,8	0,5	0,5	0,24	1,2	0,11	2,3	0,11	2,5	0,11	2,7	0,14	3,3	0,17	3,65
72,2	73,2...	1,20	0,8	0,5	0,5	0,22	1,0	0,11	2,3	0,11	2,5	0,11	2,7	0,14	3,3	0,18	3,7

d, épaisseur vraie de la lame ; d_m, épaisseur « massique » déduite du poids de la lame.

Lames épaisses. — Comme pour l'argent, dans le spectre visible, R R' et T sont liés par la relation de Wolter quelle que soit l'épaisseur, il n'est pas possible pour les lames épaisses et pour ces longueurs d'onde de déterminer simultanément ν, $\varkappa$ et d.

Pour ces mêmes lames, mais dans l'ultraviolet, R, R' T, Δr et $\Delta r'$ étant indépendants, nous disposons donc de cinq équations pour déterminer trois inconnues. Par la méthode de Malé ν et $\varkappa$ sont alors donnés par l'intersection de quatre courbes. La façon dont ces quatre courbes se coupent permet de se rendre compte de la précision avec laquelle on peut considérer que les couches sont correctement définies en incidence normale par les trois paramètres ν, $\varkappa$ et d. Lorsque ces quatre courbes se coupent en un même point, les valeurs de ν et de $\varkappa$ qui s'en déduisent, peuvent être considérées comme correctes. Dans ce cas nous avons déterminé pour une même lame et plusieurs longueurs d'onde l'épaisseur réelle. Cette épaisseur a été trouvée constante à moins de 5 %, ce qui est excellent, compte tenu de la précision de la méthode. La valeur moyenne de d donnée dans le tableau 1 nous a permis de déterminer aussi ν et $\varkappa$ dans le visible, où nous ne disposions que de deux mesures indépendantes.

Pour cela nous avons opéré de la façon suivante : partant de la valeur expérimentale de T, nous avons trouvé grâce au réseau de courbes théoriques, utilisé dans la méthode de Malé, une relation $\nu = f_1(\varkappa)$ qui lie les valeurs de ν et $\varkappa$ correspondant à la valeur trouvée expérimentalement pour R ; on détermine de même une relation $\nu = f_2(\varkappa)$ pour R'. Lorsque la relation de Wolter est vérifiée, ces deux courbes ne se coupent pas franchement ; elles sont : ou confondues si les mesures sont bonnes, ou parallèles si elles le sont moins. La distance entre ces deux courbes permet donc de se rendre compte de la précision des mesures. On a donc, à la précision des mesures, la courbe :

$$\nu = f_1(\varkappa) = f_2(\varkappa). \tag{1}$$

D'autre part la méthode de Malé permet de tracer le réseau de courbes de la figure 1.

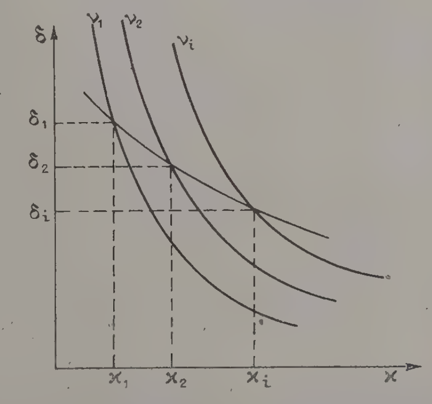


FIG. 1. — Courbes donnant les valeurs de δ en fonction de $\varkappa$ pour différentes valeurs de ν. Ces valeurs de δ correspondent à la valeur trouvée expérimentalement pour T.

De plus, on a la relation

$$\delta = \frac{4\pi\,\nu\,d}{\lambda}$$

qui permet, connaissant d, de calculer

$$\delta_1 = 4\pi\,\nu_1 \frac{d}{\lambda}$$

$$\delta_i = 4\pi\,\nu_i \frac{d}{\lambda}.$$

Aux couples (δ_1, ν_1), ... $(\delta i, \nu_i)$ correspondent

les valeurs $\varkappa_1, \ldots, \varkappa_i$ qui permettent de tracer la courbe

$$\nu = \theta(\varkappa). \qquad (2)$$

Les points de cette courbe correspondent à la valeur expérimentale de T et à la valeur précédemment déterminée de d.

Le point d'intersection des courbes (1) et (2) donne ν et $\varkappa$ qui correspondent aux valeurs expérimentales de T, R, R' et à l'épaisseur d.

Lames très minces. — Pour les lames très minces, nous avons utilisé R, R', T et Δr pour toutes les longueurs d'onde. Là aussi la détermination simultanée de ν, $\varkappa$ et d n'a pas toujours été possible, car elle devient de plus en plus difficile quand l'épaisseur diminue. Nous avons alors pris comme épaisseur de la lame, la moyenne des épaisseurs trouvées et opéré comme plus haut pour déterminer ν et $\varkappa$. La divergence entre les épaisseurs trouvées (assez faible d'ailleurs : 20 % environ) s'explique très bien par la précision limitée de nos mesures (quelques millièmes pour T, R, R' et 1/100 pour Δr) et par le fait que les courbes théoriques, bien que très précises, n'ont été calculées que pour un indice moyen du support ($n_2 = 1{,}54$).

II. Résultats. — Nos résultats, concernant quinze lames d'épaisseurs massiques comprises entre 0 et 72 mμ, sont résumés dans le tableau 1 ; à côté de l'épaisseur massique d_m nous donnons l'épaisseur vraie.

On remarquera sur les courbes donnant ν et $\varkappa$ en fonction de l'épaisseur massique (fig. 2 et 3), la brusque variation de ces paramètres pour les lames très minces et les grandes longueurs d'onde. Pour $\lambda = 5\,461$ Å, ν passe par un maximum très marqué, 2,6, vers 2 mμ, alors que le maximum de $\varkappa$, 3,9, qui a lieu vers 20 mμ, est nettement moins accentué. Par contre, pour $\lambda = 3\,021$ Å on voit que $\varkappa$ augmente régulièrement de 0, à 0,8, tandis que ν passe par un maximum faible pour $d = 10$ mμ.

On notera aussi que, pour des épaisseurs supérieures à 25 mμ, les constantes ne varient plus et sont pratiquement égales à celles du métal massif.

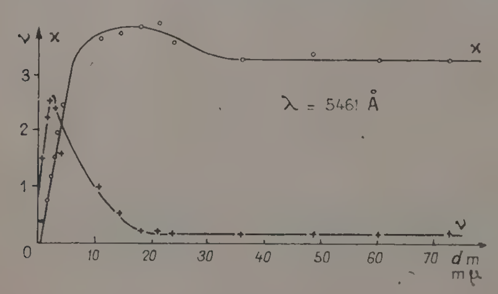


Fig. 2. — Variation de ν et $\varkappa$ en fonction de l'épaisseur massique $\lambda = 5\,461$ Å.

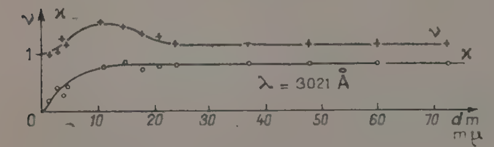


Fig. 3. — Variation de ν et $\varkappa$ en fonction de l'épaisseur massique $\lambda = 3\,021$ Å.

III. **Interprétation des résultats.** — De nombreux auteurs ont, depuis fort longtemps, tenté d'expliquer la variation des constantes optiques des lames minces par la nature lacunaire des lames et ont émis à ce sujet différentes théories.

A. Théories des sphères réparties dans les 3 dimensions. — Après Maxwell-Garnett [3], Malé [4] a donné l'expression de l'indice complexe du métal en couche mince en fonction de l'indice complexe du métal massif et du coefficient de remplissage

$$q = \frac{d \text{ massique}}{d \text{ réelle}}.$$

En supposant la lame constituée par de petites sphères réparties dans les trois dimensions et l'indice du métal dans la sphère identique à celui du métal massif, Malé obtient

$$n_1 = \nu_1 - j\varkappa_1 = \sqrt{-\frac{2q + \frac{1}{2r}}{q - \frac{1}{r}}} \qquad (3)$$

avec

$$r = \frac{n_\infty^2 - 1}{n_\infty^2 + 2} \qquad q = \text{coefficient de remplissage}$$

$$n_1 = \nu_1 - j\varkappa_1 = \text{indice de la lame}$$

$$n_\infty = \nu_\infty - j\varkappa_\infty = \text{indice du métal massif.}$$

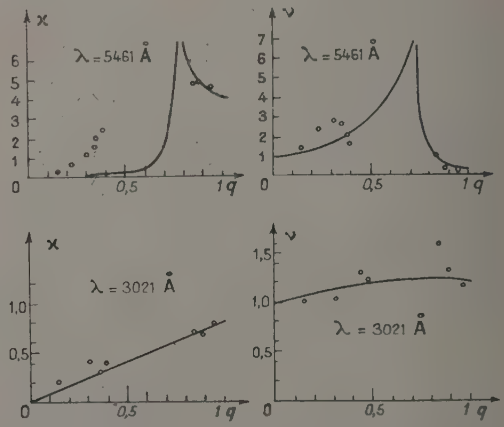


Fig. 4. — Comparaison des résultats expérimentaux avec les indices calculés d'après la théorie de Maxwell-Garnett.

Indices du métal massif : $n_{3021\text{Å}} = 1{,}2 - 0{,}8\,j$
$n_{5461\text{Å}} = 0{,}18 - 3{,}2\,j$.

Pour comparer nos résultats avec la théorie nous avons tracé les courbes théoriques donnant ν et $\varkappa$ en fonction de q et nous avons porté sur ces courbes les points expérimentaux pour $\lambda = 5\,461$ Å et $\lambda = 3\,021$ Å. Sur ces courbes théoriques nous n'avons pas déterminé avec précision la position du maximum de ν et $\varkappa$ quand il existe. On voit fig. 4 que pour $\lambda = 3\,021$ Å les variations de ν et $\varkappa$ sont représentées correctement par la formule, tandis que pour $\lambda = 5\,461$ Å les valeurs expérimentales de ν et $\varkappa$ s'écartent de la courbe théorique. Néanmoins, l'allure du phénomène est identique et, en particulier, on retrouve bien le maximum de ν qui a lieu pour des coefficients de remplissage plus petits que ceux donnant le maximum de $\varkappa$. En fait cette théorie ne semble pas être vérifiée quantitativement pour des coefficients de remplissage très faibles.

B. Théorie des ellipsoïdes. — David [5] a émis une autre théorie, pour expliquer les anomalies des constantes optiques des lames métalliques minces. Il suppose que ces dernières sont constituées par de petits cristallites en forme d'ellipsoïde de révolution. Contrairement à la théorie de Maxwell-Garnett, David suppose que les ellipsoïdes sont répartis suivant deux dimensions seulement dans le plan de la lame. Les constantes optiques à l'intérieur des cristallites sont celles du métal massif. La forme de ces ellipsoïdes (*fig.* 5) est caractérisée par le rapport des axes $\frac{b}{a}$, a étant l'axe de révolution (perpendiculaire au plan de la lame).

Fig. 5.

Toutes les valeurs du rapport $\frac{b}{a}$ sont théoriquement possibles dans une même lame, depuis l'ellipsoïde en forme d'aiguille ($b = 0$) jusqu'à l'ellipsoïde aplati (b très grand par rapport à a) en passant par la sphère $b = a$. Pour chaque lame il existe donc une fonction $g(f)$ donnant la distribution des ellipsoïdes en fonction du rapport de leurs axes ; f est une fonction connue de $\frac{b}{a}$ et varie de 0 à 1. Schopper [11] a essayé d'effectuer pour des lames d'or une vérification de cette théorie en supposant qu'il n'existait qu'une sorte d'ellipsoïde dans la lame : $f = C^{te}$. Il est arrivé lui aussi à la conclusion que le rapport des axes n'est pas le même pour tous les ellipsoïdes de la lame.

Les constantes optiques étant celles du métal massif, David introduit à l'intérieur des cristallites une constante diélectrique :

$$\varepsilon_i = \nu_\infty^2 - \varkappa_\infty^2 - 2j \qquad j = \sqrt{-1} \tag{4}$$

ν_∞, $\varkappa_\infty$ sont les constantes optiques du métal massif pour la longueur d'onde utilisée.

Il considère que ces grains baignent dans un milieu de constante diélectrique moyenne.

$$\varepsilon_a = \frac{1}{2}(n_3^2 + n_1^2) \tag{5}$$

n_3 étant l'indice du support pour la radiation utilisée et n_1 étant celui de l'air.

Les constantes optiques sont dues à la superposition des effets des divers cristallites. David a donc calculé le déplacement diélectrique additionnel dû à leur présence. On a d'après lui

$$(\nu - j\varkappa)^2 - \varepsilon_a = \int_0^1 \frac{g(f)\,(\varepsilon_i - \varepsilon_a)}{1 + \frac{\varepsilon_i - \varepsilon_a}{\varepsilon_a} f}\,\mathrm{d}f \tag{6}$$

avec

$$\int_0^1 g(f)\,\mathrm{d}f = 1. \tag{7}$$

L'équation 6 peut se décomposer en deux équations en égalant entre elles les parties imaginaires et les parties réelles

$$\nu^2 - \varkappa^2 - \varepsilon_a = \int_0^1 \varepsilon_a g(f)\,\frac{A\,\varepsilon_a + f(A^2 + B^2)}{f^2(A^2 + B^2) + 2fA\,\varepsilon_a + \varepsilon_a^2}\,\mathrm{d}f$$

$$+\,2\nu\varkappa = \int_0^1 g(f)\,\frac{B\,\varepsilon_a^2\,\mathrm{d}f}{f^2(A^2 + B^2) + 2fA\,\varepsilon_a + \varepsilon_a^2} \tag{8}$$

avec

$$A = \nu_\infty^2 - \varkappa_\infty^2 - \varepsilon_a$$

$$B = 2\nu_\infty \varkappa_\infty.$$

Dans cette théorie on a négligé les actions mutuelles des cristallites ; cela n'est acceptable que pour des lames métalliques très minces. David pense que cette théorie n'est valable que pour des lames métalliques ayant une épaisseur, déduite d'une pesée, inférieure à 5 mμ.

1° *Utilisation des résultats expérimentaux.* — Nous avons utilisé les équations (8) afin de déterminer pour chaque lame la distribution $g(f)$ des cristallites en valeur de f. Les valeurs $g(f)$ étant ainsi connues nous avons calculé ν et $\varkappa$ à l'aide des équations (8). Nous avons comparé ces valeurs théoriques des constantes optiques avec les valeurs expérimentales trouvées en appliquant la méthode de Malé. Ces calculs ont été faits pour 4 lames d'épaisseur massique 0,65 mμ, 1,3 mμ, 1,95 mμ, 2,6 mμ. Nous avons ensuite calculé théoriquement les constantes optiques de ces 4 lames pour la radiation 3 404 Å. Ces constantes n'avaient pas pu être déterminées par la méthode de Malé de façon suffisamment précise.

2° *Détermination de g(f) pour une lame donnée.* — On utilise la deuxième des équations (8). On trace les courbes

$$E(f) = \frac{1}{f^2(A^2 + B^2) + 2fA\varepsilon_a + \varepsilon_a^2}$$

en fonction de f pour 5 longueurs d'onde : 5 780 Å, 5 461 Å, 5 085 Å, 4 800 Å, 4 358 Å.

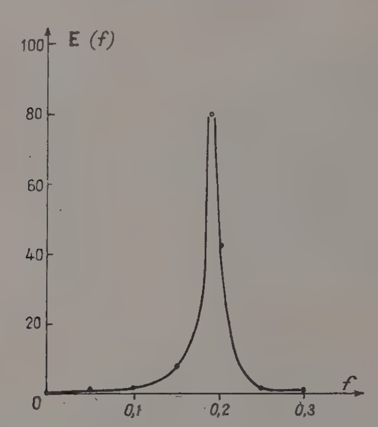


Fig. 6. — Variation de la fonction $E(f)$ pour $\lambda = 5\,086$ Å $\nu_\infty = 0{,}11$ et $\varkappa_\infty = 2{,}7$.

Ces courbes, analogues à celles de résonateurs de fréquences propres déterminées, présentent un maximum très aigu correspondant à la résonance (*fig.* 6). Ce maximum a lieu pour

$$f = \frac{-A\varepsilon_a}{A^2 + B^2}.$$

Pour une très faible variation de f au voisinage de cette valeur $E(f)$ varie beaucoup tandis que $g(f)$ ne doit pratiquement pas varier ; on peut alors le considérer comme une constante. Or, pour $f = \dfrac{-A\varepsilon_a}{A^2 + B^2}$, on a :

$$\int \frac{B\varepsilon_a^2\, df}{f^2(A^2 + B^2) + 2fA\varepsilon_a + \varepsilon_a^2} = \pi\varepsilon_a + C^{te}. \quad (9)$$

Pour cette seule valeur f_1 de résonance correspondant à la longueur d'onde λ_1 on peut intégrer la deuxième des équations (8) et l'on a :

$$\pi\varepsilon_a\, g(f_1) = 2\nu\varkappa_{(\lambda_1)} \quad (10)$$

connaissant expérimentalement, pour une lame donnée et pour la longueur d'onde λ_1, les valeurs ν et $\varkappa$ on en déduit la valeur de $g_1(f)$ correspondant à la valeur f_1 de résonance. On aura de même pour la longueur d'onde λ_2 la valeur $g_2(f)$ correspondant à f_2 et ainsi de suite pour 5 longueurs d'onde citées plus haut (tableau 2).

On a pu de cette façon construire la courbe $\gamma = g(f)$ pour la lame considérée. On a fait de même pour les quatre lames utilisées. On obtient ainsi (*fig.* 7 a, b, c, d) les courbes donnant pour

TABLEAU 2

Valeurs de $g_i(f)$ en fonction de f_i pour une lame d'argent d'épaisseur massique 1,95 mμ et pour plusieurs longueurs d'onde

λ_i	$g_i(f)$	f_i
5 780	1,02	0,109
5 461	1,17	0,134
5 086	1,26	0,188
4 800	1,14	0,213
4 358	0,784	0,243

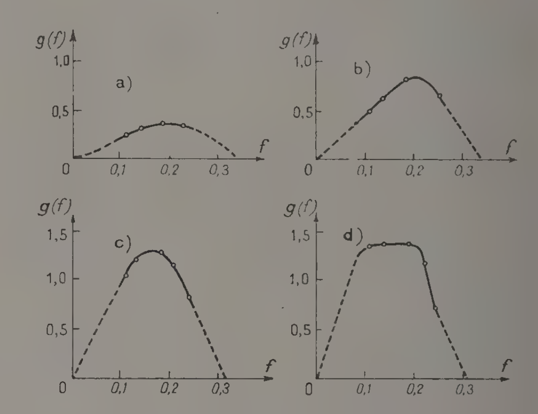


Fig. 7. — Répartition de la fonction $g(f)$ en fonction de f pour les quatre plus minces lames étudiées.

chaque lame la répartition des ellipsoïdes suivant les valeurs de f, donc du rapport $\dfrac{b}{a}$ des axes. Ces courbes présentent un maximum assez bien déterminé pour les quatre lames choisies. Pour des lames plus épaisses des mesures de phase et d'intensité dans le proche infra-rouge seraient nécessaires pour déterminer ce maximum. David suppose que lorsque $f \to 0$, $g(f) \to 0$ car il ne doit pas y avoir de cristallites ayant un rapport d'axes infini ; il montre aussi que $g(f)$ doit s'annuler pour une des valeurs de f comprises entre 0,33 (cas de la sphère). et 0,5 A l'aide de ces remarques nous avons pu déterminer nos courbes $y = g(f)$ (partie en pointillé).

Pour les quatre lames étudiées on constate que $g(f)$ augmente avec l'épaisseur et que le maximum des courbes passe de $f = 0{,}21$ à $f = 0{,}15$ environ à mesure que l'épaisseur croît. Il semble donc que les ellipsoïdes qui se trouvent en plus grand nombre dans la lame s'aplatissent de plus en plus en forme de disques lorsque l'épaisseur augmente. D'après David en effet la variation de f en fonction de $\dfrac{b}{a}$ est donnée par la figure 8.

3° *Calcul ou vérification des constantes optiques.* — Les courbes (*fig.* 7 a, b, c, d) donnent pour chaque lame la variation $g(f)$ en fonction de f ; on peut grâce à elles intégrer graphiquement les équations (8). On a généralement utilisé pour cela un intervalle moyen $df = 0{,}02$ et on a lu la valeur

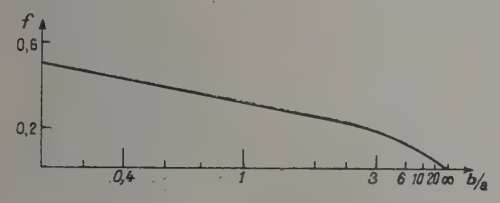


FIG. 8. — Variation de f en fonction du rapport des axes de l'ellipsoïde d'après David.

moyenne $g(f)$ correspondant au milieu de ces intervalles. On a pu ainsi obtenir $\nu^2 - \varkappa^2$ et $\nu\varkappa$, d'où les valeurs théoriques ν et $\varkappa$ correspondant à la répartition $g(f)$ des cristallites. Nous avons fait cette intégration graphique pour quelques longueurs d'onde. Enfin, nous avons calculé par cette méthode les constantes optiques pour la longueur d'onde 3 404 Å.

Nous avons constaté que les valeurs théoriques des constantes optiques ainsi déterminées à partir de la distribution $g(f)$ correspondaient généralement à moins de 20 % près à nos valeurs expérimentales. C'est aussi la précision avec laquelle nous avons obtenu ν et $\varkappa$ par la méthode de Malé. Seule la lame 1, celle de plus faible épaisseur donne des résultats nettement plus discordants. Cette lame a une épaisseur déduite d'une pesée de 0,65 mμ et un coefficient de remplissage très faible $q = 15$ %. Aussi l'aire comprise (*fig.* 7) entre la courbe $y = g(f)$ et l'axe des f qui, d'après David, devrait être égale à 1 est nettement différente pour cette lame et même encore pour les suivantes. Comme l'a fait remarquer Schopper, David calcule le déplacement diélectrique occasionné par l'unité de volume *du métal* contenu dans la lame. Cela revient à supposer que le coefficient de remplissage de la lame est égal à 1 d'où

$$\int_0^1 g(f)\, df = 1.$$

Or, en réalité, q est très nettement différent de 1 pour les lames étudiées ici. On a calculé approximativement l'aire comprise entre les courbes figure 7 a, b, c, d et l'axe des f. On trouve que cette aire est de l'ordre de grandeur du coefficient de remplissage correspondant, sauf pour la lame 1 ; où il y a une variation du simple au double (tableau 3). Or, c'est aussi pour cette lame que les vérifications sont les moins bonnes.

Il est à noter que le coefficient de remplissage n'est obtenu qu'avec une certaine approximation. En effet, l'épaisseur massique d_m est sujette à une erreur qui peut être plus ou moins forte et l'épaisseur réelle déduite de la méthode de Malé aussi. La concordance entre le coefficient de remplissage et l'aire définie plus haut semble donc satisfaisante.

TABLEAU 3

CORRESPONDANCE ENTRE L'AIRE COMPRISE ENTRE LES COURBES *a, b, c, d,* ET L'AXE DES f AVEC LE COEFFICIENT DE REMPLISSAGE q

LAME	AIRE	q
1	0,07	15 %
2	0,16	22 %
3	0,24	31 %
4	0,28	33 %

Enfin, la théorie suppose que les cristallites baignent dans un milieu de constante diélectrique moyenne $\varepsilon_a = \frac{1}{2}(n_3^2 + n_1^2)$. Or, en réalité, ils baignent surtout dans l'air et cela d'autant plus que la lame est plus mince. Toutes ces raisons montrent pourquoi nos vérifications sont généralement moins satisfaisantes pour la lame 1.

Les résultats théoriques obtenus sont comparés à nos résultats expérimentaux dans le tableau 4 pour la longueur d'onde 5 780 Å.

TABLEAU 4

LAME	d_m	VALEURS EXPÉRIMENTALES ν	VALEURS EXPÉRIMENTALES $\varkappa$	VALEURS THÉORIQUES ν	VALEURS THÉORIQUES $\varkappa$
1	0,65	1,45	0,3	1,73	0,21
2	1,3	2,20	0,60	1,97	0,53
3	1,95	2,7	1,0	2,24	0,96
4	2,6	2,6	1,3	2,47	1,12

Les constantes théoriques obtenues pour $\lambda = 3\,404$ Å sont données dans le tableau 5

TABLEAU 5

LAME	e_m	ν	$\varkappa$
1	0,65	1,22	0,025
2	1,3	1,09	0,06
3	1,95	0,96	0,11
4	2,6	0,87	0,13

Dans tout ce travail nous avons pris, pour chaque longueur d'onde, comme constante optique du métal, celles que nous avons déterminées nous-mêmes par la méthode de Malé avec nos lames les plus épaisses d'argent : 72,2 mμ. Ces constantes ne sont pas celles du métal massif mais s'en rapprochent beaucoup.

IV. **Dimensions des cristallites.** — Il semble d'après les courbes (*fig.* 7 abcd) que seules nos lames de plus faibles épaisseurs (1 et 2) soient susceptibles de contenir des cristallites sphériques

(f = 0,33). La plupart des cristallites seraient en forme de disques aplatis. On peut admettre, pour les lames très minces qui nous occupent, que la longueur de l'axe de révolution des ellipsoïdes les plus probables est égale à l'épaisseur réelle des lames. Or, nous avons déterminé simultanément cette épaisseur réelle et les constantes optiques des lames par la méthode de Malé. Si, de plus, on détermine le rapport $\frac{b}{a}$ des axes de tels ellipsoïdes on peut connaître b et avoir une idée sur la grandeur moyenne des cristallites. On a fait ce calcul pour chaque lame en prenant la valeur de f correspondant à la plus grande répartition de $g(f)$. La figure 8 permet d'associer à ces valeurs de f une valeur du rapport $\frac{b}{a}$; connaissant a on en déduit b. Le tableau 6 donne les résultats obtenus.

Il est bien évident que ces dimensions ne doivent être envisagées que pour fournir un ordre de grandeur des axes des ellipsoïdes.

TABLEAU 6

LAME	$d_{\text{réelle}}$ en $m\mu = a$	f	$\frac{a}{b}$	b en $m\mu$
1	4,3	0,21	2,6	11
2	5,7	0,20	2,65	15
3	6,3	0,17	3	19
4	7,9	0,15	4,5	36

En conclusion on peut dire que les hypothèses faites permettent de rendre compte des propriétés optiques des lames en incidence normale. La variation de l'indice des couches avec l'épaisseur peut être assez bien expliquée pour les lames très minces, en les supposant constituées — comme l'a fait David — par des ellipsoïdes de révolution répartis suivant deux dimensions dans le plan de la lame.

Nous tenons à exprimer ici nos remerciements à M. Malé pour le réseau de courbes théoriques qu'il a bien voulu mettre à notre disposition et pour ses précieux conseils.

Manuscrit reçu le 11 juillet 1956.

BIBLIOGRAPHIE

[1] Malé (D.), *Ann. Physique*, 1954, **9**, 10.
[2] Bousquet (P.), *Thèse*, Paris, et *Ann. Physique*, 1957, **2**, sous presse.
[3] Maxwell-Garnett (J. C.), *Phil. Trans. Royal Soc.*, 1904, A **203**, 385.
[4] Malé (D.), *C. R. Acad. Sc.*, 1950, **230**, 286.
[5] David (E.), *Z. Physik*, 1939, **114**, 389.
[6] Drude (P.). *Wseck. Ann.*, 1889, **36**, 532. Leberknight (C. E.) et Lustman (B.), *J. Opt. Soc. Amer.*, 1934, **29**, 59.
[7] Försterling (K.), *Ann. Physik*, 1937, **30**, 745.
[8] Abelès (F.), *Rev. Opt. Théor. Instr.*, 1953, **32**, 257.
[9] Wolter (H.), *Z. Physik*, 1937, **105**, 269.
[10] Trompette (J.), *J. Physique Rad.*, 1956, **17**, 124.
[11] Schopper (H.), *Z. Physik*, 1952, **131**, 215.
[12] Schopper (H.), *Z. Physik*, 1951, **130**, 5 5.

SUR LA COHÉRENCE DU PHÉNOMÈNE DE DIFFUSION MULTIPLE DE LA LUMIÈRE DANS LA RÉSONANCE OPTIQUE

Par Mlle MARIE-ANNE GUIOCHON, MM. JACQUES E. BLAMONT, JEAN BROSSEL,
Laboratoire de Physique de l'École Normale Supérieure, Paris.

I. Introduction. — Les expériences que nous décrivons ci-dessous, se rapportent aux propriétés de la résonance optique de la vapeur de mercure excitée optiquement par la raie d'intercombinaison $6^3P_1 \leftarrow 6^1S_0$ 2 537 Å. Les résultats présentés se rapportent uniquement aux isotopes pairs. La gamme de température explorée s'étend de — 35 °C à + 20 °C.

A. POLARISATION DE LA RAIE DE RÉSONANCE. — En présence d'un champ magnétique H_0, cette raie se décompose en 3 composantes Zeeman (cas des isotopes pairs), ainsi que le montre la figure 1.

Les états de polarisation des composantes sont déterminés par les règles de sélection $\Delta m_J = 0$ vibration π, $\Delta m_J = +1$ vibration σ^+ et $\Delta m_J = -1$ vibration σ^-.

L'irradiation optique de la vapeur de mercure en lumière polarisée permet d'exciter sélectivement les sous-niveaux m_J de l'état excité [1] ; par exemple, si l'on emploie une lumière polarisée dont le vecteur électrique vibre parallèlement au champ H_0, seule la composante π est absorbée et seul le sous-niveau $m_J = 0$ de l'état 6^3P_1 est peuplé. La réémission doit donc uniquement comprendre une composante π. Sous tous ses aspects possibles, c'est ce phénomène qui est à l'origine de la polarisation de la raie de résonance optique telle qu'elle a été découverte par R. W. Wood [2].

B. DÉPOLARISATION DE LA RAIE DE RÉSONANCE. ORIGINE. DIFFUSION MULTIPLE DES PHOTONS. — La raie de résonance n'est pas totalement polarisée

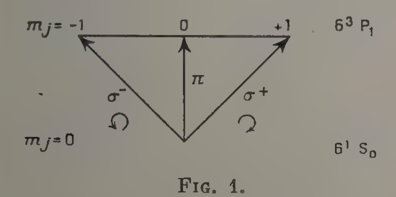


FIG. 1.

dans le mercure naturel. Cela est dû, entre autres, à la présence des isotopes impairs. A cause du spin nucléaire, le diagramme Zeeman de ces isotopes est beaucoup plus complexe que celui de la figure 1. Cependant, même si l'on tient compte de cet effet, on trouve que le degré de polarisation P de la raie est inférieur à sa valeur théorique P_0

$$P < P_0$$

et que, de plus, sa valeur *diminue* quand la température augmente [3]. Une autre caractéristique très importante de la dépolarisation est qu'elle dépend de façon très critique de la géométrie du montage — conditions d'illumination, volume et forme de la cellule, conditions d'observation. Cette dépolarisation est due à des transferts entre sous-niveaux Zeeman de l'état excité et l'on peut envisager diverses causes pour ce phénomène.

Un grand nombre d'auteurs attribuent la dépolarisation aux « collisions » [4]. Nous pensons que l'importance des collisions a été très largement exagérée et que le phénomène de dépolarisation est presque entièrement dû à la « *diffusion multiple* » de la lumière de résonance. Celle-ci accompagne la résonance optique chaque fois que la tension de vapeur à laquelle on opère n'est pas très basse.

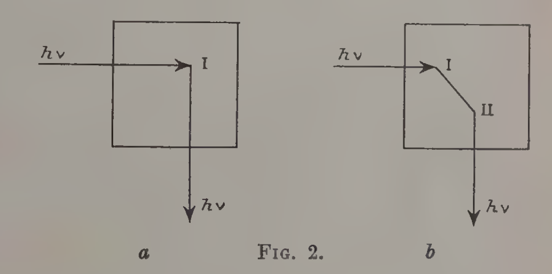


FIG. 2.

La figure 2*a* illustre la résonance simple et la figure 2*b* le phénomène de diffusion double.

Si la tension de vapeur est très faible, le photon de résonance absorbé par l'atome I est réémis en moyenne au bout du temps τ et parvient directement à l'observateur. Au contraire, dans la diffusion double, le photon réémis par l'atome I est absorbé par l'atome II et n'est détecté qu'après réémission par ce dernier. Un temps de l'ordre de 2τ sépare maintenant l'absorption initiale de l'émission finale. Plus la diffusion multiple est importante et plus le temps d'emprisonnement τ' est long (on observe facilement des temps τ' de 100 à 1 000 fois la durée de vie τ). Aux très basses

densités de vapeur où la diffusion multiple est négligeable, τ' tend vers τ [5].

La théorie de l'emprisonnement de la raie de résonance a été développée par de nombreux auteurs [6]. Elle montre que si l'on crée pendant un intervalle de temps très court ($\ll \tau$) des atomes dans l'état excité, ces atomes, en retombant à l'état fondamental, émettent la raie de résonance avec une intensité qui décroît en fonction du temps suivant la loi :

$$I = \sum_j I_j \, e^{-t/\tau'_j}$$

ceci diffère en général assez peu d'une expression ne contenant qu'une exponentielle :

$$I = I_0 \, e^{-t/\tau'}$$

τ' étant de l'ordre du τ'_j le plus long ;
τ' tend vers τ quand la pression est très basse.

L'expérience (Garrett [5], Holstein [6]) confirme très bien les conclusions précédentes. Elle montre que dans le mercure, la diffusion multiple est déjà appréciable à — 15 °C dans des cellules de quelques centimètres de diamètre. La figure 3

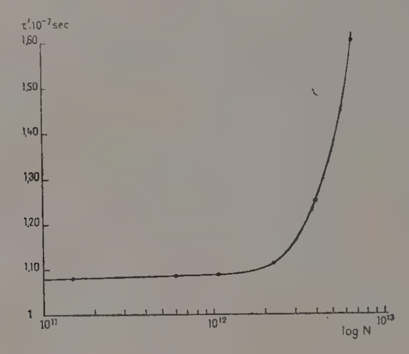


Fig. 3.

représente les résultats de Garrett. En ordonnée τ' en abscisses log N (N = *nombre total* d'atomes de mercure par cm³). Comme pour le degré de polarisation, la valeur que l'on obtient pour le temps d'emprisonnement dépend beaucoup de la géométrie du montage adopté.

On peut faire l'hypothèse que la dépolarisation est due à des collisions et calculer la section efficace correspondant à ce phénomène. On trouve numériquement des valeurs de l'ordre de λ^2. (λ, longueur d'onde de la raie de résonance optique).

On peut, de même, envisager le phénomène d'absorption de la raie de résonance comme une collision entre un atome et son photon de résonance. Si l'on calcule la section efficace correspondante, on trouve encore sensiblement λ^2. Cela indique qu'il n'est pas absurde d'admettre que la dépolarisation soit due à la diffusion multiple. De toute manière, l'énormité des sections efficaces précédentes rend improbable un mécanisme par collisions (au sens de la théorie cinétique). Le fait que la dépolarisation et la diffusion multiple dépendent beaucoup de la géométrie du montage indique clairement que dans les 2 cas « l'interaction » correspondante se produit à de très grandes distances (de l'ordre du millimètre) ce qui semble encore exclure les collisions entre atomes comme cause des 2 processus précédents.

Les expériences de Buhl [7] indiquent clairement aussi que la dépolarisation est due à la diffusion multiple. L'étude de la dépolarisation à des champs magnétiques différents lui a permis de montrer que la loi d'interaction qu'il faut adopter pour rendre compte des résultats expérimentaux est une loi en $1/r$ et qu'il ne s'agit certainement pas d'une interaction dipôle-dipôle. La loi en $1/r$ indique que l'interaction se fait par l'intermédiaire du champ de rayonnement. On sait enfin que la dépolarisation croît très vite quand la température augmente : Dans l'hypothèse des collisions cela signifie que le nombre de transferts entre sous-niveaux Zeeman est appréciable dans un temps de l'ordre de la durée de vie τ, donc que le temps moyen entre « collisions » est court par rapport à τ. Au terme de la théorie de Lorentz, il devrait en résulter un élargissement notable du niveau. Nous verrons que l'on observe tout juste le contraire. Il est donc impossible d'attribuer la dépolarisation à des collisions

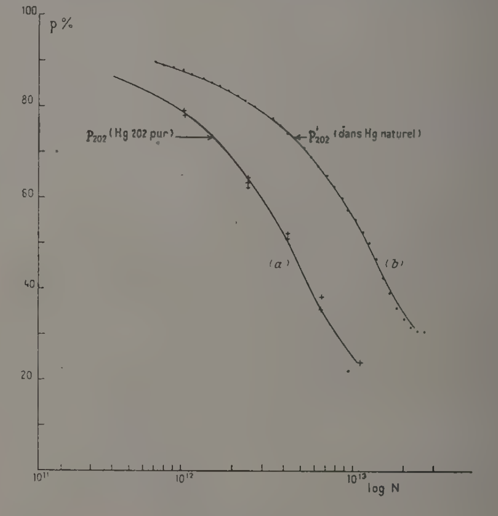


Fig. 4.

On peut montrer directement d'ailleurs qu'entre — 30 et + 20 °C les collisions entre isotopes différents du mercure n'influent pas sur la dépolarisation. Nous avons mesuré dans la gamme de températures précédentes le taux de polarisation P de la vapeur de mercure dans les conditions ci-après :

a) Cellule de résonance contenant l'isotope ^{202}Hg *pur*. Les résultats sont portés sur la figure 4

(courbe a), en ordonnées P_{202}, en abscisses log N, *N nombre total* d'atomes de mercure par cm³.

b) Cellule de résonance contenant du mercure *naturel* mais excitée par une lampe contenant ^{202}Hg pur (courbe b). — P'_{202}.

On peut vérifier (*fig.* 4) que les 2 courbes se déduisent très sensiblement l'une de l'autre par une translation (sur l'axe des abscisses) égale à log 1 /0,29 (logarithme du rapport des concentrations isotopiques de ^{202}Hg dans la première cellule à celle de ^{202}Hg dans le mercure naturel). En d'autres termes, si l'on porte en abscisses le nombre d'atomes diffusants dans les 2 cas on trouve que les points P_{202} et P'_{202} tombent sur la même courbe. A nombre d'atomes diffusants égaux la dépolarisation est la même pour ^{202}Hg lorsque les autres isotopes sont absents que pour ^{202}Hg dans le mercure naturel en présence des autres isotopes. Si bien que la dépolarisation de ^{202}Hg dans le mercure naturel est un processus où n'intervient *que cet isotope et son propre photon de résonance.*

Il n'en est évidemment plus ainsi lorsque les raies de résonance de 2 isotopes coïncident accidentellement. C'est le cas, par exemple, pour les raies dues à ^{198}Hg et à ^{201}Hg (composante $F = 3/2$) dans le mercure naturel. Si l'on excite le mercure naturel par une lampe contenant ^{198}Hg le degré de polarisation de la lumière réémise ne varie pas du tout suivant la courbe de la figure 4.

En résumé nous avons toutes raisons de penser que la dépolarisation comme l'accroissement du temps d'emprisonnement lorsque la tension de vapeur augmente ont pour origine commune la diffusion multiple de la lumière.

II. Mesures de durées de vie.

— Il semble enfin qu'il existe toute une classe de phénomènes qui sont gravement affectés par la diffusion multiple : Ce sont ceux qui concernent les mesures de durée de vie τ par les méthodes conventionnelles de l'optique (absorption, dispersion anormale, dépolarisation accompagnant la rotation du plan de polarisation [8]). On constate une dispersion assez forte des résultats. Lorsque ces mesures ont été conduites à diverses températures, on trouve des variations appréciables. Lorsqu'enfin elles ont pu être effectuées séparément sur les divers isotopes d'un mélange, elles fournissent des « durées de vie » différentes pour les divers isotopes [9]. Nous pensons qu'il s'agit de mesures donnant en fait, un temps d'emprisonnement et qu'il faut extrapoler à des températures assez basses pour obtenir la durée de vie τ.

A. Mesures a partir des méthodes de radiofréquence. — Brossel et Bitter [10] ont mesuré la durée de vie au niveau 6^3P_1 de Hg par une méthode complètement différente et qui semblait devoir éviter les inconvénients précédents. Nous résumons ci-dessous le principe de leur méthode ainsi que les résultats auxquels ils étaient parvenus. A l'occasion de recherches sur l'effet Stark du niveau 6^3P_1 de Hg nous avons été conduits à reprendre leurs expériences. Nous sommes arrivés à la conclusion que cette méthode aboutit, elle aussi, à la mesure d'un temps d'emprisonnement T_e. Nos mesures nous permettent en outre de mettre nettement en évidence une propriété très importante de la diffusion multiple, celle d'être un processus cohérent.

Brossel et Bitter provoquent l'excitation optique de la vapeur de mercure avec la raie 2 537 Å polarisée en π. Seul le niveau médian supérieur $m_J = 0$ est excité (*fig.* 1) et, en l'absence des causes de dépolarisation analysées précédemment, la lumière réémise est polarisée linéairement en π. Si un champ de radiofréquence (perpendiculaire à H_0) induit des transitions vers les niveaux $m_J = \pm 1$, des composantes σ apparaissent et l'on observe une dépolarisation de la lumière réémise.

On peut calculer l'intensité B de la lumière σ ainsi produite en fonction de :

H_1 : amplitude du champ haute fréquence de fréquence ν induisant les transitions ($\omega = 2\pi\nu$) ;

γ : rapport gyro-magnétique du niveau 6^3P_1 ;

T_e : « durée de vie » de ce niveau ;

$\omega_0 = 2\pi\nu_0$: ν_0 fréquence de la transition $m_J = 0 \longrightarrow m_J = \pm 1$;

$\Omega = \omega - \omega_0$.

On trouve

$$B(\gamma H_1, T_e, \Omega) \equiv \frac{(\gamma H_1)^2}{(\gamma H_1)^2 + \Omega^2} \left[\frac{(\gamma H_1)^2}{\left(\frac{1}{T_e}\right)^2 + 4(\gamma H_1^2) + 4\Omega^2} + \frac{\Omega^2}{\left(\frac{1}{T_e}\right)^2 + (\gamma H_1)^2 + \Omega^2}\right]. \quad (1)$$

Le calcul précédent est basé sur l'hypothèse qu'aucune perturbation autre que H_1 n'agit sur l'atome quand il est dans l'état excité. Ainsi, la forme de la raie n'est pas donnée par une formule de type Lorentz. Cela provient de ce que le champ de radiofréquence met en intercommunication 3 niveaux énergétiques équidistants. Le champ H_1 produit la réorientation du moment magnétique, phénomène pour lequel les probabilités de transition ont été calculées par Majorana [11]. La courbe précédente est une courbe en cloche lorsque $\gamma H_1 < \frac{1}{\sqrt{8}}$. Au contraire, pour les fortes valeurs de H_1 on obtient une courbe renversée au centre. La propriété résulte de la formule de Majorana et est due à l'existence de transitions directes à 2 quanta entre les niveaux ± 1. De telles courbes sont représentées figure 6.

A résonance $\Omega = \omega - \omega_0 = 0$, la quantité y

$$y = \frac{\gamma^2 H_1^2}{B(\gamma H_1, T_e, 0)} = 4\gamma^2 H_1^2 + \frac{1}{T_e^2} \quad (2)$$

est une fonction linéaire de H_1^2.

La largeur $\Delta\omega$ de la raie, déduite de la formule (1) est donnée par l'expression approchée :

$$\Delta\omega^2 = \frac{4}{T_e^{\,2}}(1 + 5{,}8\,\gamma^2 H_1^2 T_e^2). \qquad (3)$$

Aux faibles valeurs de γH_1, $\Delta\omega = 2/T_e$: la largeur de la raie est la somme des largeurs des niveaux de départ et d'arrivée de la transition. Le terme d'élargissement $5{,}8\,(\gamma H_1 T_e)^2$ vient de ce que l'émission induite par le champ H_1 n'est plus négligeable devant l'émission spontanée optique. Les formules 1, 2 et 3 sont très bien vérifiées par l'expérience. Elles permettent de mesurer le paramètre T_e que Brossel et Bitter interprètent comme une durée de vie. Ils trouvent, en opérant à 0 °C sur le mercure naturel et en faisant la mesure sur l'ensemble des isotopes pairs que $T_e = 1{,}55\ 10^{-7}$ sec $= T_{e0}$. Leur source avait une émission de type « broad line » sur l'ensemble de la structure hyperfine.

A la même température une mesure analogue fut effectuée sur ^{199}Hg. L'échantillon utilisé contenait 60 % de cet isotope. La résonance $F = 3/2$ fournissait $T_e = 1{,}45\ 10^{-7}$ sec.

De même les résonances $F = 3/2$ de ^{201}Hg donnent $T_e = 1{,}55.10^{-7}$ sec avec un échantillon contenant 60 % de cet isotope. (Soulignons que dans ce dernier cas, les formes de raie sont des formes de Lorentz : du fait du découplage I, J, le champ de radiofréquence met en intercommunication 2 niveaux énergétiques seulement). Il semblait très satisfaisant de trouver la même valeur pour tous les isotopes (il s'agit, en fait, d'une coïncidence accidentelle). Mais aucune interprétation n'était proposée pour expliquer la différence entre cette valeur, et celle résultant de déterminations de type classique (1,14.10^{-7} sec). Il semblait donc que la méthode actuelle devait être préférée, parce qu'elle évitait beaucoup des difficultés rencontrées précédemment et que l'interprétation théorique était remarquablement confirmée par l'expérience.

B. Résultats nouveaux. — (Variation de T_e avec la géométrie du montage, la nature de la source excitatrice, la température.)

Nous avons repris la vérification de la formule 1 sur une cellule présentant des caractéristiques géométriques différentes de celles de Brossel-Bitter. En outre, la source utilisée n'était évidemment pas la même. Nous avons pu confirmer complètement leurs résultats : la forme des raies est très bien représentée, dans tous les cas étudiés par la formule 1. Mais pour rendre compte de nos mesures, nous sommes conduits *à adopter une valeur du paramètre T_e qui est très différente de la valeur précédente* Elle dépend de la source excitatrice et des caractéristiques géométriques de la cellule.

Influence de la géométrie du montage. — Par exemple avec une cellule donnée, à 0 °C, en faisant une mesure sur l'ensemble des isotopes pairs on trouve $T_e = 1{,}65\ 10^{-7}$ sec pour une excitation de type broad line et $T_e = 1{,}80\ 10^{-7}$ sec pour une excitation du type narrow line. Avec une source donnée, (narrow line) une cellule de dimensions 20 mm × 20 mm × 4 mm donne $T_e = 1{,}42\ 10^{-7}$ et une de dimensions 35 mm × 40 mm × 7 mm donne $T_e = 1{,}72\ 10^{-7}$. *La raie est plus large pour la cellule plus petite c'est-à-dire pour laquelle la diffusion multiple est la moins importante.*

Ainsi, il apparaît à l'évidence que le paramètre T_e ne mesure pas la durée de vie.

Influence de la température. — Une étude de T_e en fonction de la température confirme ce résultat. La figure 5, courbe II représente le résultat de nos mesures effectuées entre — 35 et + 20 °C. En ordonnées T_e, en abscisses log N du *nombre total* d'atomes de mercure par cm^3 à la température où l'on opère. La courbe II est obtenue en mesurant T_e sur l'ensemble des isotopes pairs, soit T_{e0}, avec une excitation de type narrow line.

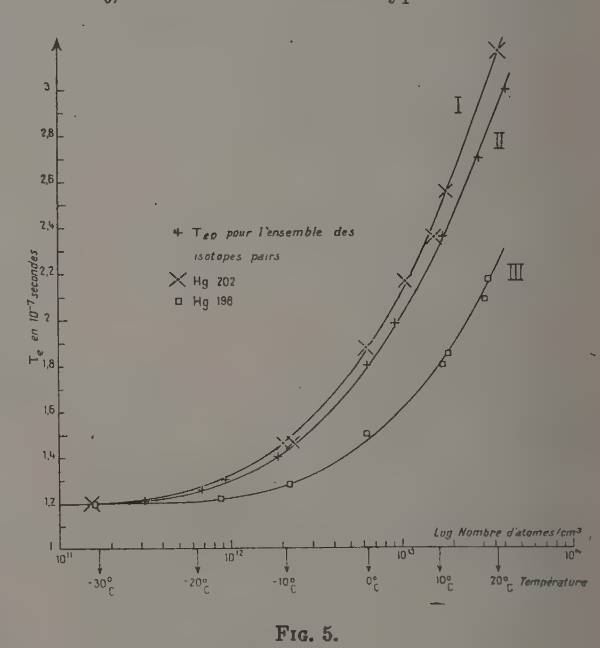


Fig. 5.

On remarque les points suivants :

a) Qualitativement les variations de T_{e0} sont tout à fait analogues à celles de τ', le temps d'emprisonnement mesuré par Garrett [5] (*fig.* 3). Les valeurs obtenues sont très voisines, ce qui est assez remarquable étant donné la difficulté des mesures de Garrett.

b) T_{e0} croît quand la température augmente. (2,5 fois plus long à + 20 ° qu'à — 35 °C) c'est-à-dire que l'on obtient des raies de résonance magnétique, qui, à + 20 °C *sont plusieurs fois plus fines*

que ce que la largeur naturelle des niveaux permet de prévoir. L'effet ressort clairement de la figure 6. Elle représente des réseaux de résonance magnétique obtenus sur l'ensemble des isotopes pairs dans une cuve contenant du mercure naturel, aux températures — 31 °C, 0 °C et + 22 °C. L'échelle des abscisses est la même pour chacune de 3 courbes. Les courbes sont tracées pour des puissances croissantes de radiofréquence, Nous avons expliqué ci-dessus, l'origine du renversement observé pour les fortes valeurs de γH_1. Les courbes à — 31 °C et 0° ont été tracées aux mêmes intensités de R. F. et se correspondent 2 à 2, tandis que la courbe la plus haute du réseau + 22 °C a été tracée avec la même intensité γH_1 que la 4e courbe (à partir du haut) des réseaux à — 31 °C et 0 °C (l'amplitude γH_1 est indiquée par le nombre porté au voisinage de chaque courbe).

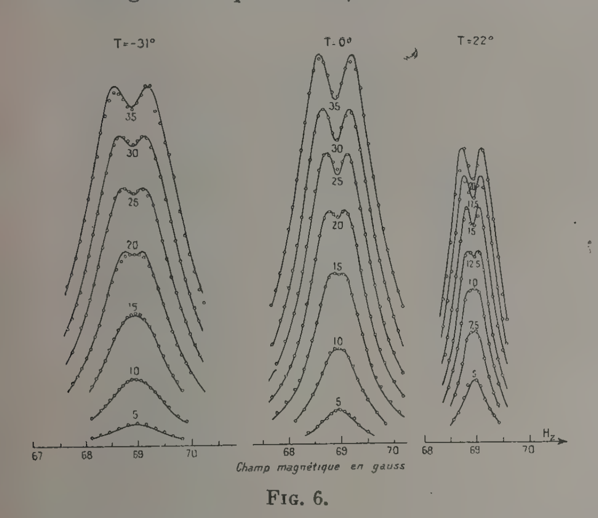


FIG. 6.

Les courbes tracées sont en fait les courbes théoriques résultant de la formule 1. Les points sont les points expérimentaux. *On voit qu'à toute température la vérification de la formule 1 est excellente.*

c) Au-dessous de — 20 °C dans les cellules utilisées, T_{e_0} *demeure constant.* A ces températures, collisions ou diffusion multiplie jouent un rôle très faible. Nous pensons que la limite ainsi *atteinte* $\tau = 1{,}20\ 10^{-7}$ *sec représente la durée de vie du niveau* 6^3P_1. Cette valeur est très voisine de celle obtenue par Ladenburg [12] (1,14.10—7 sec) par des mesures de dispersion anormale sur les ailes de la raie d'absorption et de celle obtenue par Garrett [5] (1,08.10—7 sec).

Une autre confirmation du fait que T_{e_0} tend vers τ est apportée par les mesures suivantes. La cuve contenant du mercure naturel, nous l'excitons avec une lampe de ^{202}Hg pur. Seul l'isotope ^{202}Hg est alors excité et la résonance magnétique observée *est celle due à l'isotope* ^{202}*Hg seul, en présence des autres isotopes.* On peut ainsi mesurer $T_{e_{202}}$ (courbe I, *fig.* 5). Nous avons fait de même la mesure de $T_{e_{198}}$ en substituant à la précédente une source contenant ^{198}Hg pur (courbe III).

On voit immédiatement qu'à une température donnée : $T_{e_{202}} > T_{e_{198}}$. Les raies de résonance magnétique de l'isotope le plus concentré sont les plus fines. (C'est aussi pour cet isotope que la diffusion multiple est la plus importante.)

Au-dessous de — 20 °C

$$T_{e_{202}} = T_{e_{198}} = T_{e_0} = \tau.$$

Donc τ *est le même pour tous les isotopes pairs.*

A une température déterminée le réseau relatif à un isotope pair pur est représenté ici encore par les formules 1 de Majorana-Brossel. Il est évident, dans ces conditions, que la courbe de résonance observée pour l'ensemble des isotopes pairs est la superposition de courbes de résonance indépendantes relatives à chaque isotope. A première vue, il est donc extrêmement suprenant que le réseau relatif à l'ensemble des isotopes pairs vérifie de façon très satisfaisante le réseau théorique résultant de la formule 1 de Majorana-Brossel. Il est naturel, dans ces conditions, que T_{e_0} soit compris entre $T_{e_{198}}$ et $T_{e_{202}}$. Quand, en outre, l'on passe d'une excitation « broad line » à une excitation « narrow line », on accroît l'importance des isotopes les plus concentrés (^{202}Hg et ^{200}Hg) par rapport aux autres (^{198}Hg, ^{204}Hg) c'est-à-dire l'influence des isotopes qui donnent des résonances plus fines. C'est la raison pour laquelle T_{e_0} mesuré avec une excitation « narrow line » est beaucoup plus long que T_{e_0} mesuré avec une excitation « broad line ».

Mais, la propriété la plus intéressante des courbes I et III, figure 5, est la suivante (dans les limites des températures où notre étude a été effectuée) : elles se déduisent l'une de l'autre par une translation sur l'axe des abscisses égale au logarithme du rapport des concentrations isotopiques de ^{202}Hg et ^{198}Hg (log 29/10). Le raisonnement que nous avons fait au sujet du degré de polarisation peut se répéter ici : les points représentatifs tombent sur la même courbe si l'on porte en abscisses le *nombre d'atomes diffusants* : il s'ensuit que les mécanismes qui déterminent la grandeur de $T_{e_{202}}$ ou $T_{e_{198}}$ *sont indépendants de la concentration des autres isotopes* (entre — 35° et + 20 °C). Les processus qui déterminent T_e pour un isotope *déterminé ne font intervenir que cet isotope et son propre photon de résonance.* On peut envisager 2 tels processus :

a) Les collisions, au sens de Lorentz [13], entre atomes identiques. Ce processus peut être à l'origine d'une dépolarisation, mais il ne peut qu'aboutir au *raccourcissement* du paramètre T_e (élargissement de la raie).

b) La diffusion multiple. Nous verrons ci-dessous comment une diffusion multiple de type cohérent

peut expliquer un affinement des raies quand la tension de vapeur augmente. Ce dernier phénomène est donc celui qui l'emporte sur l'autre. Si elles jouent un rôle, les collisions entre atomes identiques jouent un rôle bien moins important que la diffusion multiple cohérente dans la détermination de T_e (entre — 35 et + 20 °C).

CALCUL DU PARAMÈTRE T_{e_0} RELATIF A L'ENSEMBLE DES ISOTOPES PAIRS A PARTIR DE $T_{e_{202}}$. — Nous revenons maintenant au problème de la détermination de T_{e_0} (pour l'ensemble des isotopes pairs) à partir de la courbe I, figure 5 donnant $T_{e_{202}}$ (pour un isotope pair donné) en fonction du nombre d'atomes de cet isotope. Le réseau $A_0(\gamma H_1, T_{e_0}, \Omega)$ relatif à l'ensemble des isotopes pairs est la superposition, avec des intensités convenables des réseaux des divers isotopes 204, 202, 200, 198. Cette hypothèse est justifiée par les mesures qui ont montré l'indépendance complète de comportement des divers isotopes.

Nous supposons ensuite que les courbes de résonance d'un isotope donné sont fournies par la formule 1 de Majorana-Brossel. Les mesures relatives au réseau d'un isotope pair dans le mercure naturel justifient complètement cette hypothèse. Les valeurs de T_{ej} à adopter dans l'expression de $B_j(\gamma H_1, T_{ej}, \Omega)$ est celle fournie par la courbe I, figure 5, N étant déterminé à partir de la concentration de l'isotope envisagé à la température où l'on opère.

Nous écrivons alors

$$A_0(\gamma H_1, T_{e_0}, \Omega) \equiv \sum_j a_j\, b_j\, B_j(\gamma H_1, T_{ej}, \Omega). \qquad (4)$$

Nous avons souligné plus haut le fait expérimental que nous cherchons à justifier ici, que A_0 est en fait un réseau de Majorana-Brossel représenté par une équation de type I dans lequel on doit donner à T_e la valeur T_{e_0}.

a_j est un facteur caractéristique de la source ; il mesure l'intensité avec laquelle la raie de résonance de l'isotope j est émise par la lampe excitatrice. a_j vaut 1 quel que soit j pour une excitation « broad line » et est égal à l'intensité relative des composantes hyperfines de la raie 2 537 pour une excitation « narrow line ».

b_j est un facteur ne contenant ni γH_1, ni Ω, et qui fait intervenir divers phénomènes intervenant dans la cuve de résonance ; il dépend essentiellement de la température.

Avant d'atteindre la région d'observation la lumière excitatrice traverse une couche de vapeur I et l'observation se fait à travers une couche de vapeur II (*fig.* 7). Quand on fait varier la température le faisceau excitateur au niveau de la région d'observation est donc plus ou moins affaibli. A une température donnée l'intensité excitatrice de l'isotope le plus concentré est plus affaiblie que celle de l'isotope le plus pauvre. Un deuxième facteur tient à la variation du degré de polarisation P en fonction de la température ou, encore, à une température donnée, en fonction de la concentration isotopique.

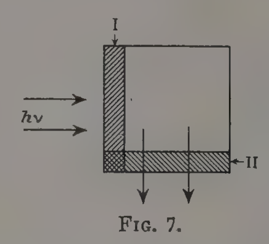


FIG. 7.

La raie de résonance de l'isotope le plus concentré est plus dépolarisée que celle d'un isotope pauvre (*fig.* 4). Ceci signifie que les différences de population entre le niveau $m_J = 0$ et $m_J = \pm 1$ sont plus prononcées à cette température, pour l'isotope rare que pour l'isotope abondant. L'intensité de la résonance magnétique est proportionnelle à cette différence de population. Nous incluons dans le facteur b_j tous les phénomènes précédents. Nous donnons dans un appendice la méthode utilisée pour obtenir les valeurs des coefficients b_j ainsi que celle de tous les autres paramètres (T_{ej}, γH_1).

Tous les paramètres étant connus, nous avons alors procédé à la somme [4] et tracé les réseaux correspondants dans le cas d'une excitation « broad line » et « narrow line » pour la température 0°. Nous désignons par S le réseau « somme » ainsi obtenu. Sur le réseau S ainsi dessiné nous avons cherché à voir si des formules de type 2 et 3 étaient valables. Elles se vérifient très bien. On peut en particulier mesurer sur le réseau ainsi tracé la valeur T_{e_0} (dans les 2 cas précédents) ; cette valeur est entièrement déduite de la valeur $T_{e_{202}}$ à la même température ; nous la désignons par T_{e_0} calculé. Nous les donnons, dans le tableau 1 avec, en regard, les valeurs obtenues par mesure directe sur l'ensemble des isotopes pairs du mercure. L'accord est excellent.

TABLEAU 1

	T_{e_0} MESURÉ	T_{e_0} CALCULÉ
Broad line	1,65 10^{-7}	1,68 10^{-7}
Narrow line ...	1,80 10^{-7}	1,75 10^{-7}

Nous avons alors calculé dans les 2 cas le réseau de Majorana-Brossel U en prenant pour le paramètre T_e les valeurs $T_{e_0\,calc}$ précédentes et à γH_1, les valeurs déduites de la formule 2 sur le réseau S. Il est *pratiquement impossible de trouver de différence mesurable entre les réseaux S et U*. Sur la figure 8, les courbes représentent le réseau U, les points représentent le réseau S (cas de l'excitation « narrow line »). Il est donc impossible de distinguer expérimentalement entre un réseau de Majorana-Brossel

unique et une somme de tels réseaux de largeurs différentes quand les paramètres changent dans les limites précédemment précisées. Mais cela nous indique clairement que le *réseau relatif à un isotope pair pur*, peut fort bien être, en fait, une somme de réseaux de largeurs différentes. On sait que lorsque la diffusion multiple est importante, l'émission de lumière de la cellule se fait suivant la loi :

$$I = \sum_i I_1 \, e^{-t/T_{ei}}.$$

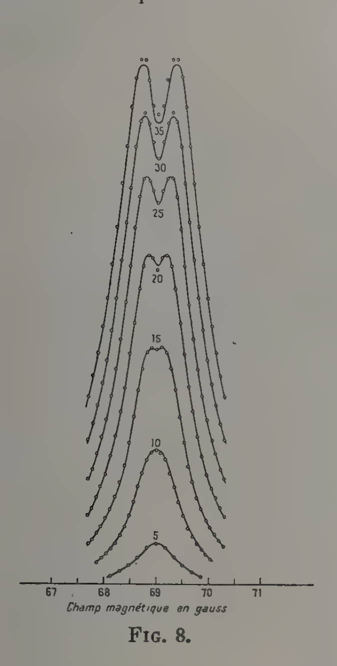


Fig. 8.

Le calcul précédent montre qu'il est tout à fait possible que le réseau observé, corresponde, en fait, à une émission faisant intervenir plusieurs constantes T_{ei} (diffusion simple, double, etc.) ce qui est le cas pour la diffusion multiple cohérente.

III. **Diffusion multiple cohérente et incohérente. Interprétation des résultats.** — Il nous reste maintenant à montrer comment le phénomène de diffusion multiple permet d'expliquer un affinement des raies de résonance magnétique et d'obtenir des largeurs inférieures à la largeur naturelle.

Il faut ici distinguer 2 types de diffusion multiple : la *diffusion cohérente* et la *diffusion incohérente*.

Envisageons le cas de la diffusion double : le photon incident venant de la source est absorbé par l'atome I, réémis en moyenne après un temps τ égal à la durée de vie, absorbé par l'atome II, réémis de nouveau et détecté par l'observateur (temps d'emprisonnement τ' de l'ordre de 2τ). En présence d'un champ de radiofréquence (perturbation dépendant du temps) la fonction d'onde de l'atome I (isotope pair du mercure) est, à l'instant θ après l'absorption du photon initial

$$\Psi^I(\theta) = C_{+1}(\theta)\,\Psi_1^I + C_0(\theta)\,\Psi_0^I + C_{-1}(\theta)\,\Psi_{-1}^I$$

Ψ_1^I, Ψ_0^I, Ψ_{-1}^I, étant les états propres de l'atome I.

Pour décrire l'évolution de l'atome II, on peut écrire une équation analogue. Quand il faut écrire les conditions initiales, c'est-à-dire la forme que prend la fonction d'onde Ψ^{II} à l'instant qui suit immédiatement l'absorption du photon par l'atome II on peut envisager 2 cas :

a) $\Psi^{II}(\theta)$ *est un état propre pur de l'atome II.* Dans ce cas, nous dirons que la *diffusion est incohérente.* On peut considérer que les processus I et II sont distincts et indépendants. C'est le cas par exemple lorsque les atomes I et II étant des isotopes différents, une coïncidence accidentelle fait qu'une fréquence propre de I coïncide avec *une* fréquence propre de II grâce par exemple à l'effet Doppler dans le mouvement relatif des 2 atomes.

Dans le cas où les atomes I et II sont identiques et qu'ils ne se trouvent pas en mouvement relatif, toutes leurs fréquences propres coïncident. L'hypothèse de la diffusion incohérente consiste à considérer que l'atome II est excité par 3 sortes de lumières σ^+, π et σ^- émises par la source I avec les intensités respectives $|C_1(\theta)|^2$, $|C_0(\theta)|^2$, $|C_{-1}(\theta)|^2$ et à considérer les 2 processus comme complètement indépendants.

Une diffusion incohérente de ce type est dépolarisante et accroît le temps d'emprisonnement, mais elle conduit *nécessairement à un élargissement de la raie de résonance magnétique.*

Au cours d'une résonance magnétique sur l'atome I, si les atomes I et II sont différents, l'atome II n'intervient pas : il réfléchit fidèlement les changements de polarisation qu'il reçoit, la raie observée a la largeur naturelle.

Si les atomes I et II sont identiques, l'observateur voit la résonance de l'atome II éclairé par l'atome I, c'est-à-dire par de la lumière qui est d'autant plus dépolarisée que l'on se trouve plus près de la résonance. (La situation est analogue à celle que l'on obtiendrait dans l'expérience suivante : on observe la résonance magnétique d'un atome II, mais au lieu d'exciter cet atome toujours en lumière π, on éclairerait cet atome avec une proportion croissante de lumière σ au fur et à mesure que l'on s'approche de la résonance, ceci à cause de la résonance propre de l'atome I.) Ainsi, dans l'hypothèse de la diffusion incohérente par atomes identiques, le signal de résonance magnétique émis par II est d'autant plus petit par rapport au signal que II devrait émettre, que l'on se trouve plus près de la condition de résonance. *La résonance est donc plus large* qu'elle ne devrait être.

Ainsi, en aucun cas dans cette hypothèse, *ne peut-on observer de largeur de raie qui soit inférieure à la largeur naturelle.* La raie est d'autant plus

large que la diffusion multiple est plus importante. Cela *est contraire aux observations. Or il est établi que la diffusion multiple existe dans les conditions où nous opérons.*

b) $\Psi^{II}(\theta)$ est de la forme

$$\Psi^{II}(\theta) = \sum_i C_i'(\theta)\, \Psi_i^{II}$$

dans le cas de 2 isotopes pairs identiques, par exemple

$$\Psi^{II}(\theta) \equiv C_1'(\theta)\, \Psi_1^I + C_0'(\theta)\, \Psi_0^I + C_{-1}'(\theta)\, \Psi_{-1}^I$$

expression dans laquelle $C_1'(\theta)$, $C_0'(\theta)$, $C_{-1}'(\theta)$, *ont des grandeurs et des phases relatives déterminées* par $C_1(\theta)$, $C_0(\theta)$ et $C_{-1}(\theta)$ (en tenant compte par exemple de la position relative des atomes I et II dans le champ H_0).

Nous disons alors que la *diffusion est cohérente.* Il faut envisager en quelque sorte que l'atome II est éclairé par un mélange cohérent de photons venant de I. (Un exemple connu [14] de ce cas est celui ou $C_1 = C_{-1}$, $C_0 = 0$ et que l'on réalise expérimentalement en excitant un atome dans un champ magnétique H_0 très faible par de la lumière linéaire vibrant perpendiculairement à H_0 (excitation cohérente en σ^+ et σ^-)).

On voit facilement, sur un cas particulier, que la diffusion cohérente conduit à un affinement de la raie de résonance magnétique. C'est le cas où $C_1' = C_1$, $C_0' = C_0$, $C_{-1}' = C_{-1}$, où les atomes I et II échangent en quelque sorte leur fonction d'onde.

A partir de l'instant θ, l'évolution de la fonction d'onde Ψ^{II} aux instant $\theta + \theta'$ ultérieurs, sera identique à ce qu'aurait été l'évolution de la fonction d'onde Ψ^I à l'instant $\theta + \theta'$ si le photon n'avait jamais quitté l'atome I. Mais il est clair que maintenant $\theta + \theta'$ peut s'étendre sur un intervalle de temps 2τ. Tout se passe comme si l'on observait la résonance magnétique d'un atome I dont la durée de vie serait double. La raie de résonance *magnétique est dans ce cas 2 fois plus fine.*

Ainsi, la diffusion cohérente peut conduire à des affinements sensibles quand on élève la tension de vapeur. En pratique on observe la superposition dans des proportions difficiles à évaluer, de diffusion simple, double cohérente, triple cohérente, etc... et de diffusion incohérente (entre isotopes différents par exemple). Le temps T_e est donc une quantité très différente du temps τ' mesuré par les méthodes basées sur la survivance du rayonnement dans une cellule ; τ' est nécessairement plus grand que T_e puisque la diffusion incohérente contribue pour 2τ dans τ' et seulement pour τ (ou moins) dans T_e. Ce résultat est en complet accord avec les mesures d'Holstein [6] (si on les extrapole aux tensions de vapeur où nous opérons) mais en contradiction avec celles de Garrett [5].

Il nous semble difficile, dans la méthode de Garrett, d'évaluer avec certitude à moins de 10 % près la valeur absolue d'un temps de l'ordre de 10^{-7} sec, et l'on peut réconcilier ses résultats avec les nôtres si l'on ajuste à la même valeur les durées de vie que fournissent les 2 méthodes. En outre la géométrie des 2 montages n'était pas comparable.

La résonance optique est un processus cohérent. Il n'est pas surprenant que la diffusion multiple le soit aussi. Les 2 phénomènes ont été analysés il y a longtemps déjà par V. Weisskopf [15] qui a donné la justification théorique des propriétés de cohérence. Plus récemment, R. H. Dicke [16] a envisagé une situation analogue dans sa définition des états « super-radiants ».

Il était connu qu'un atome éclairé par un mélange cohérent de photons σ^+ et σ^-, réémet des photons σ^+ et σ^- en phase ; la propriété décrite ci-dessus n'est qu'une généralisation de ce phénomène.

Conclusion. — Nous pouvons dire en conclusion que (dans le cas de la vapeur de mercure), les phénomènes de dépolarisation et de survivance du rayonnement sont dus à la diffusion multiple de la lumière [17]. L'affinement de la raie de résonance magnétique quand la densité de vapeur s'élève, ne s'explique que dans l'hypothèse d'une diffusion multiple cohérente. Cette hypothèse doit permettre de calculer simultanément les courbes donnant le degré de polarisation et la largeur des raies de résonance magnétique en fonction du nombre d'atomes diffusants.

Appendice : Calcul de T_{e_0}. Détermination des paramètres. — Nous avons déterminé expérimentalement la manière dont varie pour l'isotope 202, dans le mercure naturel, l'intensité de la résonance magnétique (à résonance, $\Omega = 0$) pour un niveau de radiofréquence γH_1 donné, quand la température varie.

Les courbes donnant $I = b_{202}\, B_{202}(\gamma H_1, T_{e_{202}}, 0)$ sont représentées sur la figure 9, en fonction de $\log N$ du nombre total d'atomes de mercure dans la cellule.

Chaque courbe est tracée pour un niveau de radio fréquence donné, les courbes les plus hautes correspondant aux intensités de radiofréquence les plus fortes. Ces courbes présentent un maximum qui se déplace vers les fortes valeurs de N lorsque γH_1 diminue. Autrement dit, pour un niveau de radiofréquence donné, il existe une température pour laquelle l'intensité de résonance magnétique est maximum. (La forme de ces courbes dépend évidemment de la géométrie de la cellule sur laquelle on opère).

La forme de ces courbes se comprend facilement. A basse température (en B) la dépolarisation est faible mais il y a très peu d'atomes dans la cellule. A forte température, il y a beaucoup d'atomes mais

la lumière est presque complètement dépolarisée. Il y a donc 2 effets variant en sens inverse, et par suite un optimum pour l'intensité de la résonance magnétique.

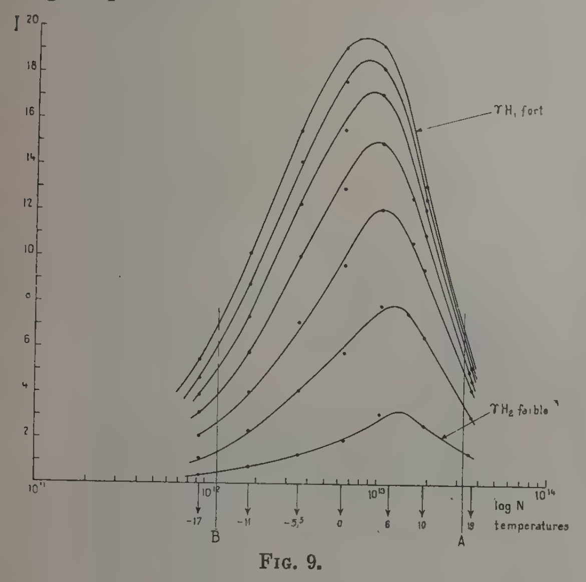


FIG. 9.

Il apparaît sur la figure 9 que les courbes sont beaucoup plus serrées en A (fortes valeurs de N) qu'en B. Ceci est un effet dû à la variation de T_e avec la température. En B, T_e est court (résonances larges), et les intensités de radiofréquence utilisées sont insuffisantes pour saturer la raie dont l'intensité augmente de façon appréciable lorsqu'on augmente γH_1. En A, au contraire, T_e est long (résonances fines) et les intensités de radiofréquence précédentes sont suffisantes pour saturer la raie dont l'amplitude ne change pratiquement plus quand γH_1 couvre la gamme précédente (c'est ce même phénomène qui est à l'origine du déplacement du maximum vers les fortes valeurs de N quand γH_1 diminue). Ces courbes nous permettent de déterminer les valeurs relatives de b_j pour les divers isotopes. On opère de la manière suivante : A 0 °C par exemple, on mesure sur la courbe I, figure 5, la valeur de $T_{e_{202}}$. Les points d'intersection des courbes de la figure 9 avec la verticale correspondant au point 0 °C sont données par l'équation 2

$$a_{202}\, b_{202}\, B_{202}(\gamma H_1, T_{e_{202}}, 0) \equiv a_{202}\, b_{202} \frac{(\gamma H_1 T_{e_{202}})^2}{1 + 4(\gamma H_1 T_{e_{202}})^2}$$

a_{202} et b_{202} étant constants. On en déduit donc les valeurs de γH_1 pour lesquelles ces courbes ont été tracées.

La courbe 1, figure 5, permet de mesurer T_{ej} pour les divers isotopes, par suite de calculer le paramètre $\gamma H_1 T_{ej}$ et enfin

$$B_j(\gamma H_1, T_{ej}, 0) \equiv \frac{(\gamma H_1 T_{ej})^2}{1 + 4(\gamma H_1 T_{ej})^2}.$$

Revenant aux courbes de la figure 9, on mesure (pour la valeur convenable de γH_1) la quantité $b_j\, B_j(\gamma H_1, T_{ej}, 0)$ en se plaçant à la concentration appropriée de l'isotope envisagé. On en déduit b_j. (La valeur obtenue ne doit pas dépendre de la valeur choisie pour γH_1, ce qui se vérifie très bien. On peut mesurer d'ailleurs directement sur les courbes 9 le paramètre $\gamma H_1 . T_{ej}$. Les valeurs concordent bien avec les précédentes.)

Le procédé précédent est valable pour l'isotope 200 mais ne l'est plus pour les isotopes 198 et 204. Les raies de résonance de ces derniers coïncident avec des composantes hyperfines des isotopes impairs. Par suite, les effets d'absorption, inclus dans le paramètre b_j sont plus forts que ce qu'indique la méthode précédente. Tout se passe comme si la concentration de l'isotope 198 était plus forte que sa vraie valeur en ce qui concerne la détermination du paramètre b_{198} mais avait sa vraie valeur en ce qui concerne la détermination du paramètre T_{e198}.

Nous avons alors tracé directement la courbe donnant

$$I_{198} = a_{198}\, b_{198}\, B(\gamma H_1, T_{e_{198}}, 0)$$

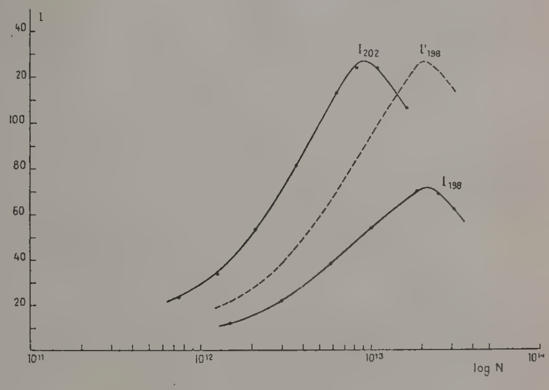


FIG. 10.

en fonction de log N. La figure 10 donne le résultat. Nous avons tracé I_{198} et I_{202} (sources excitatrices ^{198}Hg puis ^{202}Hg — lampe de résonance contenant du mercure naturel) en utilisant la même intensité de radiofréquence. (Le rapport d'intensité des sources excitatrices n'est pas connu.)

On voit que l'optimum est obtenu pour ^{198}Hg à une température beaucoup plus élevée que pour ^{202}Hg.

On peut normaliser la courbe I_{198} de manière qu'elle ait même intensité au maximum que I_{202} (courbe en pointillé marquée I'_{198}). On constate que la courbe I'_{198} ne se déduit pas de I_{202} par une translation. Si l'on fait une translation qui fait coïncider les maxima, le reste des courbes diffère, mais les différences bien que réelles, demeurent

toujours faibles. La valeur de cette translation ne correspond pas, bien sûr, à la concentration isotopique de ^{198}Hg, mais à une concentration qui est naturellement plus forte que la valeur vraie. C'est cette concentration fictive que nous avons adoptée pour déterminer b_{198} par la méthode décrite précédemment.

Il serait souhaitable de connaître le rapport d'intensité des sources 198 et 202 pour lesquelles nous avons opéré. Mais la mesure n'est pas simple puisque la forme des raies émises compte au premier chef.

^{204}Hg étant très peu concentré (6 %) et jouant un rôle assez faible, nous avons traité son cas de manière identique à celle utilisée pour l'isotope 200. Cela est gravement erroné mais n'affecte pas beaucoup le résultat final.

Cet article sera suivi d'une étude théorique publiée par M. J. P. Barrat.

Manuscrit reçu le 3 décembre 1956.

RÉFÉRENCES

[1] Voir par exemple : MITCHELL (A. C. G.) et ZEMANSKY (M. W.), Resonance radiation and excited atoms, Cambridge University Press, 1934. PRINGSHEIM (P.), Fluorescence and phosphorescence, Interscience Publishers Inc., New-York, 1949.

[2] WOOD (R. W.), *Phil. Mag.*, 1922, **44**, 1109. RAYLEIGH, *Proc. Roy. Soc.*, 1922, **102**, 190.

[3] KEUSSLER (V. von), *Ann. Physik*, 1927, **82**, 793.

[4] Voir référence [1] : MITCHELL et ZEMANSKY, page 312. PRINGSHEIM, page 102.

[5] GARRETT (P. H.), *Phys. Rev.*, 1932, **40**, 779.

[6] MILNE (E. A.), *J. London Math. Soc.*, 1926, **1**, 1. HOLSTEIN (T.), *Phys. Rev.*, 1947, **72**, 1212. HOLSTEIN (T.), ALPERT (D.) et MCCOUBREY (A. O.), *Phys. Rev.*, 1949, **76**, 1257 ; *Phys. Rev.*, 1951, **82**, 567 ; *Phys. Rev.*, 1952, **85**, 985.

[7] BUHL, *Z. Physik*, 1938, **109**, 180.

[8] Voir MITCHELL (A. C. G.) et ZEMANSKY (M. W.), page 147 où se trouvent de nombreuses références.

[9] COJAN et LENNUIER (R.), *C. R. Acad. Sc.*, 1950, **231**, 1450.

[10] BROSSEL (J.) et BITTER (F.), *Phys. Rev.*, 1952, **86**, 308. BROSSEL (J.), *Ann. Physique*, 1952, **7**, 622.

[11] MAJORANA (E.), *Nuovo Cimento*, 1932, **9**, 43.

[12] LADENBURG (R.) et WOLFSON (G.), *Z. Physik*, 1930, **63**, 616.

[13] LORENTZ (H. A.), *Proc. Amst. Acad.*, 1915, **18**, 134.

[14] HANLE (W.), *Z. Physik*, 1924, **30**, 93. HANLE (W.), *Ergeb der. Exakten Naturwiss.*, 1925, **4**, 214. WEISSKOPF (V.), *Ann. Physik*, 1931, **9**, 23. BREIT (G.), *Rev. Mod. Physics*, 1933, **5**, 91.

[15] WEISSKOPF (V.), *Ann. Physik*, 1931, **9**, 23.

[16] DICKE (R. H.), *Phys. Rev.*, 1954, **93**, 99.

[17] ROLLET (N.), BROSSEL (J.), KASTLER (A.), *C. R. Acad. Sc.*, 1956, **242**, 240.

EFFETS DES NEUTRONS RAPIDES SUR QUELQUES CONSTANTES PHYSIQUES DU QUARTZ CRISTALLIN ET DE LA SILICE VITREUSE

Par Guy MAYER et Jean GIGON,
Commissariat à l'Énergie Atomique, Service de Chimie physique.

Nature des échantillons. — De nombreuses expériences nous ont montré que des lames de quartz d'orientation et de dimensions identiques coupées dans des cristaux naturels d'origines différentes (Brésil, Madagascar, Dauphiné) avaient des fréquences propres égales à 10^{-3} près en valeur relative. Les traitements thermiques n'ont pas d'action sensible sur ces fréquences. Il en va de même pour les coefficients de dilatation thermique. Mais pour la constante piézoélectrique que nous mesurons, les difficultés de la mesure et l'existence toujours possible de petites zones mâclées ne permettent pas de préciser sa valeur à mieux que 10^{-2} en valeur relative.

Nos échantillons de silice les plus irradiés à ce jour sont des cylindres de quartz fondu transparent de provenance française. Le tableau I groupe des résultats expérimentaux de nature à nous rassurer sur l'identité des propriétés élastiques du produit final, malgré la diversité des procédés de purification employés par les industriels.

TABLEAU I

Provenance	Quartz et silice		Heraus	
Qualité	Transparent	Opaque	Homosil	Ultrasil
—	—	—	—	—
$\sqrt{\frac{E}{\rho}}.10^{-5}$ c. g. s.	5,756	5,755	5,757	5,754

E est le module d'Young, ρ la densité.

Au cours de nos expériences d'irradiation, nous n'avons jamais réussi à prendre en flagrant délit de comportement différent deux échantillons de provenances différentes.

Méthodes d'irradiation. — Toutes les irradiations ont été faites dans la pile de Saclay. Ni le silicium, ni l'oxygène, ni les impuretés de nos échantillons ne donnèrent de radioactivités qui rendissent les échantillons dangereux à manipuler deux jours après sortie de la pile.

Comme nous le montrerons plus loin, les neutrons rapides qui circulent dans la pile sont, sinon les seuls responsables, du moins des agents indispensables pour produire les effets que nous étudions. Dans une gaine d'aluminium plongée directement dans l'eau lourde au centre de la cuve, le flux des neutrons dont l'énergie est supérieure à 1 MeV (flux mesuré à l'aide de la réaction $^{32}S(n, p)^{32}P$) est de $2{,}5.10^{11}$ neutrons.$cm^{-2}\,s^{-1}$ quand la pile marche à 1 000 kW. Pour accélérer notre étude, nous avons irradié des échantillons dans un « convertisseur de neutrons », tube d'uranium maintenu par le circuit réfrigérant de la pile à une température inférieure à 55 °C. Le spectre des neutrons y est décalé vers les grandes énergies et, la pile marchant à 1 000 kW, le flux de neutrons rapides mesuré au soufre est voisin de 10^{12} neutrons.$cm^{-2}\,s^{-1}$. Dans la suite, nous exprimons nos résultats en doses de neutrons ayant une énergie supérieure à 10 keV, ces flux étant calculés à partir des mesures d'activation du soufre à l'aide d'hypothèses sur les spectres énergétiques de neutrons. Il y a, dans cette façon de présenter les choses, l'affirmation implicite que les rayonnements gamma de la pile interviennent peu dans les effets observés. Deux séries d'expériences la justifient :

a) Les effets d'irradiation, à température égale, sur des échantillons placés en des points différents de la pile se sont toujours révélés proportionnels aux doses de neutrons rapides.

b) Nous n'avons jamais réussi à provoquer des modifications atteignant 10^{-3} en valeur relative d'aucune constante élastique d'échantillons irradiés ou non irradiés à l'aide de rayonnement γ ou *X*.

D'autres auteurs ont déjà publié des courbes où figuraient en abscisse des doses de neutrons rapides et en ordonnées des constantes physiques du quartz cristallin ou vitreux. Ce sont, à notre connaissance :

Berman [4] : Conductivité thermique.
Wittels et Sherril [2] : Dimensions macroscopiques et paramètres de réseau.
Johnson et Pease [3] : Fréquence d'une lame de quartz ; paramètres de réseau.
Primak, Fuchs et Day [4] : Densité, pouvoir rotatoire, propriétés optiques, etc...
J. H. Crawford [5] : Paramètres de réseau, propriétés magnétiques et optiques.
J. Lukesh [6] : Spectres X de la silice fondue irradiée ou non.

Nous ne pouvons indiquer nos flux avec plus de précision que ces auteurs, ni tenter une meilleure évaluation du nombre d'atomes déplacés par le choc des neutrons rapides. Nous nous sommes attachés surtout à établir à chaque étape d'irra-

diation une corrélation précise entre les variations des différentes constantes mesurées. Voici à titre d'exemple les doses que différents auteurs jugent nécessaires pour allonger de 1 pour cent un échantillon de quartz perpendiculaire à l'axe optique (tableau II).

TABLEAU II

Auteurs	Primak [4]	Johnson [3]	Mayer et Gigon
Température d'irradiation	40 — 100 °C	95 °C	< 55 °C
Dose pour obtenir $\frac{\Delta lx}{lx} = +10^{-3}$	$3{,}4.10^{18}$	$9{,}6.10^{18}$	$3{,}6.10^{18}$

A ce stade d'irradiation, différents auteurs sont à peu près d'accord sur l'ordre de grandeur de la fraction d'atomes déplacés : 10^{-4}.

Méthodes de mesure. — A) Dilatations. — Les modifications de longueur dues à l'irradiation ont été mesurées au Palmer. Les mesures sont faites sur des échantillons de 3 cm environ à $\pm 10^{-3}$ cm. Les variations de longueur entre 0 °C et — 191 °C dont nous tirons des coefficients de dilatation sont mesurées à $\pm 5.10^{-5}$ cm avec un comparateur à aiguille.

B) Constante piézoélectrique. — Malgré tous nos efforts de nettoyage, le disque de quartz destiné à la mesure de la constante piézoélectrique s'est montré trop conducteur après une dose de 22.10^{18} neutrons.cm^{-2} pour être mesuré par une méthode électrométrique statique. Nous avons alors opéré ainsi :

A une extrémité d'un barreau de nickel long de un mètre et fixé en son milieu, on colle le disque qu'on veut mesurer ; à l'autre on colle un disque de mêmes dimensions qui sert d'étalon. Les deux quartz sont munis d'une métallisation qui sert d'électrode ; l'autre électrode est constituée par le barreau lui-même. On excite la vibration longitudinale fondamentale du barreau par magnétostriction, et on compare les tensions produites par le débit des charges piézoélectriques de chacun des quartz dans une résistance choisie assez faible ($\simeq 10^5$ ohms) pour éliminer l'influence de la capacité des quartz.

c) Constantes élastiques. — Les fréquences des modes longitudinaux de vibration sont déterminées par la méthode de résonance acoustique que nous avons décrite dans un précédent article [7] ; les mesures sont faites à 10^{-5} en valeur relative. Cette précision n'est pas superflue. En effet, dans le cas d'un corps isotrope comme la silice vitreuse, deux paramètres sont nécessaires pour caractériser les propriétés élastiques, par exemple le module d'Young E et le module de Poisson σ. La connaissance de la fréquence fondamentale longitudinale f_1 d'un barreau cylindrique dont le rayon r n'est pas infiniment petit devant la longueur l ne suffit pas à déterminer exactement ni E ni σ. Il nous faut mesurer aussi la différence δ_{12} entre f_1 et la moitié de la fréquence f_2 de l'harmonique 2 ou bien la quantité analogue $\delta_{13} = f_1 - f_3/3$. Par exemple pour un cylindre de silice défini par $l = 3$ cm, $r = 0{,}5$ cm, $f_1 \simeq 95\,900$ Hz, $\delta_{12} \simeq 815$ Hz, $\delta_{13} \simeq 3\,550$ Hz.

A partir de mesures de fréquences à 10^{-5}, on mesure δ_{12} à 2.10^{-3} près. Physiquement, les valeurs non nulles des expressions δ_{12}, δ_{13}, etc... sont l'expression d'un couplage entre les modes de vibration purement longitudinaux et la fondamentale des fréquences radiales [8]. Le quotient $\Delta_{12} = \delta_{12}/f_1 = 1 - f_2/2f_1$ ne dépend que de r/l et de σ.

De ces grandeurs expérimentales, nous tirons E et σ à l'aide des tables calculées par Dennisson-Bancroft [9] qui donnent la solution numérique des équations proposées par Love [10].

Pour la silice vitreuse, en prenant pour la densité la valeur $\rho = 2{,}205$ g.cm^{-3}, nous trouvons

$$E = 7{,}305.10^{11} \text{ c. g. s.} \quad \text{et} \quad \sigma = 0{,}170.$$

En combinant, dans la formule $K = 3(1 - 2\sigma)/E$, E ainsi mesuré avec la valeur de la compressibilité K mesurée par Bridgman $K = 2{,}698.10^{-12}$ c. g. s., on trouve $\sigma = 0{,}171$. La mesure des fréquences de vibration en torsion par une méthode classique [11] fournit une vérification de plus, car ces fréquences dépendent de $E/(1 + \sigma)$.

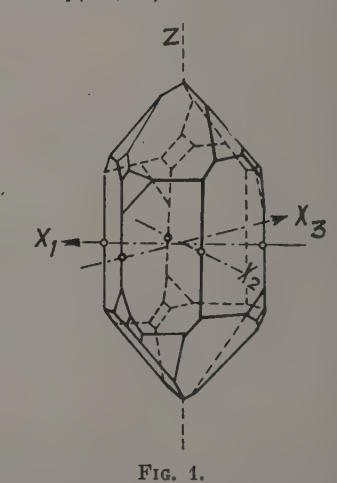


Fig. 1.

Le cas du quartz est plus compliqué puisque son anisotropie lui confère six constantes élastiques indépendantes. Par contre, ses deux constantes piézoélectriques permettent d'exciter et de détecter commodément beaucoup de modes de vibration. Le tableau III résume les propriétés élastiques du quartz en exprimant les déformation S_i en fonction des tensions T_i et des champs électriques Ex et Ey. La figure 1 précise le choix des axes : Oz axe

ternaire ou axe optique est affecté de l'indice 3. Pour axe Ox affecté de l'indice 1 on prend l'un quelconque des trois axes binaires x_1, x_2, x_3. L'axe Oy affecté de l'indice 2 s'obtient alors en complétant un trièdre cartésien direct Oxyz. $S_4 S_5$ et S_6 sont des cisaillements ; par exemple S_6 est la déformation qui transforme en losange un carré situé dans xOy. Pour un cylindre taillé parallèlement à Oz, le module d'Young est $1/s_{33}$ dans cette direction et le module de Poisson correspondant est $-s_{13}/s_{33}$.

TABLEAU III

$$S_1 = s_{11} T_1 + s_{12} T_2 + s_{13} T_3 + s_{14} T_4 + d_{11} Ex$$
$$S_2 = s_{12} T_1 + s_{11} T_2 + s_{13} T_3 - s_{14} T_4 - d_{11} Ex$$
$$S_3 = s_{13} T_1 + s_{13} T_2 + s_{33} T_3$$
$$S_4 = s_{14} T_1 - s_{14} T_2 + s_{44} T_4 - d_{14} Ex$$
$$S_5 = s_{44} T_5 + 2s_{14} T_6 - d_{14} Ey$$
$$S_6 = 2s_{14} T_5 + 2(s_{11} - s_{12}) T_6 - 2d_{11} Ey$$

On peut également caractériser les propriétés élastiques du quartz par des équations du type

$$T_i = \sum_j c_{ij} S_j$$

donnant cette fois les tensions en fonction des déformations. On peut calculer les c_{ij} à partir des s_{ij} et réciproquement.

Pour mesurer les constantes élastiques par des expériences de vibration, deux méthodes sont possibles :

A) Faire vibrer des échantillons de forme allongée (dimensions radiales faibles devant la longueur l), l'ébranlement se propageant dans la direction de l ou formant des ondes stationnaires entre les faces perpendiculaires à l. On peut alors considérer que toutes les tensions non orientées vers l sont nulles et on définit ainsi, à l'aide de l, de la fréquence fondamentale f_1 et de la densité ρ une constante élastique du type s_{ll} :

$$s_{ll} = 1/4\rho l^2 f^2$$

s_{ll} s'exprimant en fonction des s_{ij} définis par le tableau III et des cosinus directeurs de la direction l.

B) Faire vibrer des échantillons en forme de lames d'épaisseur e faible devant les dimensions radiales, l'onde stationnant entre les faces perpendiculaires à e. On peut alors considérer que toutes les déformations autres que celle qui se propage dans la direction e sont nulles et on définit ainsi une constante du type c_{ll} :

$$c_{ll} = 4 \rho e^2 f^2.$$

Bien que beaucoup d'auteurs aient certainement mesuré leurs longueurs et leurs fréquences à mieux que 10^{-4}, il subsiste entre leurs résultats des différences relatives plus importantes (tableaux IV et V).

TABLEAU IV

	c_{11}	c_{12}	c_{13}	c_{14}	c_{44}	c_{33}	
D'après ATANASOFF et HART [12]...	87,55	6,07	13,3	17,25	57,19	106,8	$\times 10^{+10}$ c. g. s.
D'après MASON [13]	86,05	4,85	10,45	18,25	58,65	107,1	$\times 10^{+10}$ c. g. s.

TABLEAU V

	s_{11}	s_{12}	s_{13}	s_{14}	s_{44}	s_{33}	
VOIGT (1890), Mesures statiques	129,5	— 16,9	— 15,3	— 43,1	200,4	98,8	$\times 10^{-14}$ c. g. s.
MASON (1950)	127,9	— 15,35	— 11,0	— 44,6	197,8	95,6	$\times 10^{-14}$ c. g. s.
MAYER et GIGON (1956)	126,8	— 16,2	— 13,2	— 44,7	200,7	97,3	$\times 10^{-14}$ c. g. s.

Notre préférence d'expérimentateurs va aux barreaux allongés qui rendent aisées les mesures de longueur et de dilatation thermique, plutôt qu'aux lames minces qui sont fragiles et dont la fabrication est plus délicate. De plus la comparaison des premiers harmoniques des barreaux est instructive car la fondamentale radiale est franchement plus élevée et le couplage théoriquement calculable. On arrive ainsi à mesurer plusieurs constantes sur un même barreau. Dans une lame au contraire, la fondamentale intéressante risque d'être couplée avec une des harmoniques radiales qui l'encadrent.

Choix de la coupe des échantillons. — Notre valeur s_{11} provient d'une moyenne de valeurs obtenues sur différents barreaux Ox ou Oy.

s_{33} et s_{13}/s_{33} sont obtenues sur des cylindres Oz par une méthode analogue à celle que nous avons expliquée pour la silice vitreuse ; par mesure des fréquences de torsion, les cylindres Oz donnent s_{44}. Ces quatre coefficients interviennent dans le module s_{ll} d'un barreau orienté suivant la bissectrice de xOz. La mesure de sa fréquence longitudinale vérifie les valeurs déjà trouvées :

$$s_{ll} = (1/4)\ (s_{11} + 2s_{13} + s_{44} + s_{33}).$$

Appelons η cette direction. Une moyenne sur huit barreaux nous donne $s_\eta = 99{,}52.10^{-14}$.

L'expression $(1/4)\ (s_{11} + 2s_{13} + s_{44} + s_{33})$ avec les valeurs trouvées sur les cylindres Ox et Oz vaut $s = 99{,}60.10^{-14}$.

(Cette quantité vaut $99{,}52.10^{-14}$ d'après Voigt et $99{,}80.10^{-14}$ d'après Mason.)

D'autre part les fréquences des barreaux d'axe

situé dans yOz et faisant des angles de + 45° et — 45° avec Oz sont respectivement déterminés par

$$s_g^+ = (1/4)(s_{11} + 2s_{13} + s_{44} + s_{33}) + s_{14}/2$$

et

$$s_g^- = (1/4)(s_{11} + 2s_{13} + s_{44} + s_{33}) - s_{14}/2.$$

On atteint ainsi avec les valeurs expérimentales :

$s_g^- = 121{,}90.10^{-14}$ et $s_g^+ = 77{,}23.10^{-14}$ la valeur $s_{14} = -44{,}67.10^{-14}$.

Pour s_{12} nous devons nous contenter d'une méthode indirecte. Une lame mince dont l'épaisseur est parallèle à Oy vibre en cisaillement d'épaisseur quand on l'excite par un champ Ey, ce qui donne

$$c_{66} = 40{,}6.10^{10} \text{ c. g. s.}$$

$$\text{Or } s_{66} = 2(s_{11} - s_{12}) = (1/c_{66}) + (4s_{14}^2/s_{44})$$

On en tire $s_{12} = -16{,}2.10^{-14}$ c. g. s.
Nous ne pouvons vérifier ce résultat.

Effets d'irradiation. — Quelles que soient les valeurs absolues exactes des constantes élastiques, nous pouvons connaître avec une bonne précision leurs variations relatives en suivant l'évolution des fréquences propres de la série d'échantillons que nous avons définie. La tableau VI résume nos résultats relatifs au quartz. Le tableau VII résume nos résultats pour la silice vitreuse ; dans ce tableau les constantes s_{ll}, s_{lj}, s_{tt}, introduites pour faciliter la comparaison avec le quartz, sont reliées aux modules d'Young et de Poisson par les relations :

$$s_{11} = 1/E \quad -s_{lj}/s_{11} = \sigma \quad s_{tt} = (2/E)(1 + \sigma).$$

TABLEAU VI

(Quartz cristallin)

	s_{11}	s_{13}	s_{33}	s_{44}	s_{14}	s_{12}
Avant irradiation	126,8	— 13,2	97,3	200,7	— 44,7	— 16,2
Après 22.10¹⁸ neutrons.cm⁻²	123,52	— 15,38	102,56	211,33	— 40,7	— 14,9
Variation relative en pour cent	— 2,58	+ 16,5	+ 5,41	+ 5,3	— 9	— 8

	$s_{66} = 2(s_{11} - s_{12})$	lx	lz	d_{11}
Avant irradiation	286	30,027	30,030	6,7.10⁻⁸ u. é. s.
Après 22.10¹⁸ neutrons.cm⁻²	276,8	30,198	30,075	5,5.10⁻⁸
Variation relative en pour cent	— 3,2	+ 0,57	+ 0,15	— 17

Les constantes élastiques doivent être multipliées par 10^{-14} pour être en c. g. s. ; les longueurs sont en mm ; la constante piézoélectrique d_{11} est en c. g. s.-u. é. s. Toutes ces mesures sont faites à 20 °C.

TABLEAU VII

(Silice vitreuse)

	s_{11}	s_{lj}	$s_{tt} = 2(s_{11} - s_{lj})$	1 mm
Avant irradiation	136,90	— 23,27	320,34	44,975
Après 7.10¹⁸ neutrons.cm⁻²	134,96	— 24,16	318,2	44,835
Variation relative en pour cent	— 1,42	+ 3,8	— 0,66	— 0,31

La figure 2 montre les variations relatives de deux constantes en fonction de l'allongement relatif dans la direction Ox.

La figure 3 montre l'allongement suivant Ox en fonction du flux.

Dans la figure 2 la précision des mesures qui fournissent abscisses et ordonnées des points nous permet d'affirmer que les courbes ne sont pas des droites. La concavité d'abord dirigée vers le bas change de signe par la suite. Ceci est particulièrement net pour s_{11}.

Dans la figure 3 les abscisses ne sont pas assez bien définies pour que la concavité dirigée vers le haut que suggère la position des points soit certaine.

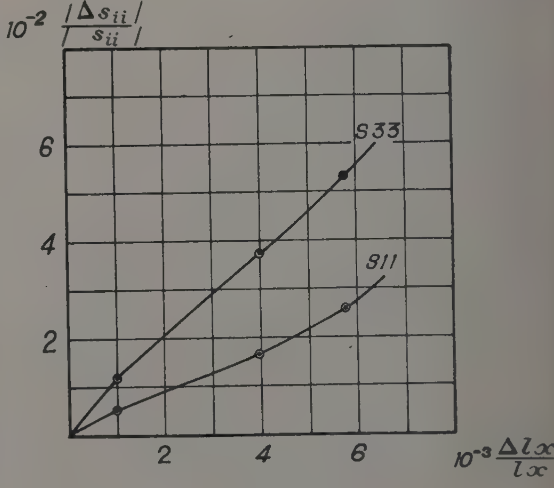


Fig. 2.

D'après le travail de Wittels et Sherrill [2], cette concavité existe et est destinée à s'accentuer aux grands flux.

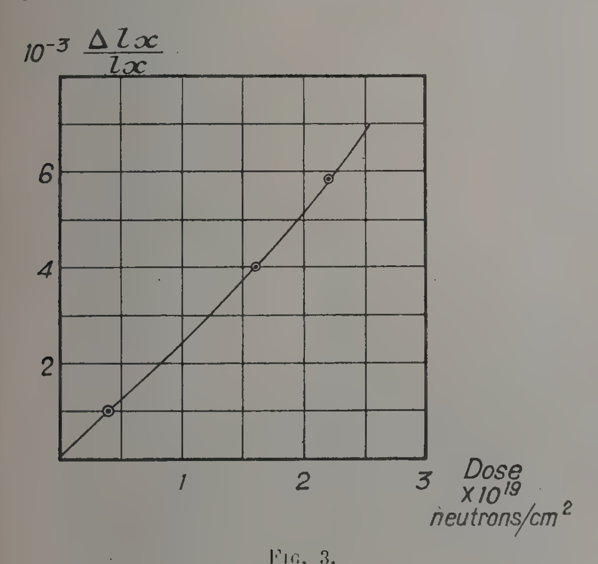


FIG. 3.

Discussion de la mesure de $s_{66} = 2(s_{11} - s_{12})$. — La lame qui nous a fourni c_{66}, donc s_{66} et s_{12}, n'avait reçu que 4.10^{18} neutrons.cm^{-2} ; c'est par le procédé peu sûr d'une extrapolation linéaire que nous avons trouvé la valeur de s_{12} qui figure au tableau VI à la ligne du produit irradié à 22.10^{18} neutrons.cm^{-2}. Nous avons pourtant trois raisons de croire assez exacte cette valeur, donc aussi celle de s_{66} :

1. — Pour comparer nos estimations de flux à celles de Johnson et Pease [3], nous avons irradié comme eaux une lame de coupe « BT » dont la fréquence est déterminée par une quantité c qui s'exprime ainsi :

$$c = \frac{0{,}43 s_{14} + 0{,}57 s_{66} - 1{,}98 s_{11}}{s_{44}\, s_{66} - 4 s_{11}^2}.$$

D'après nos mesures de s_{14} et s_{44}, nous devons avoir après irradiations à 22.10^{18} neutrons.cm^{-2} :

$$\Delta c/c = (-0{,}24 \Delta s_{66} - 10{,}48)\, 10^{-2}.$$

Or expérimentalement $\Delta c/c = -8.10^{-2}$ ce qui mène à $\Delta s_{66} \simeq -10$. (Nous trouvons $\Delta s_{66} = -9{,}2$.)

2. — La fréquence de vibration en torsion du cylindre Ox irradié ne change pas sensiblement. Or cette fréquence dépend principalement de la quantité $s_{66} + s_{44}$. (Nous n'avons pas su expliciter les termes correctifs.) Donc $\Delta s_{66} \simeq - \Delta s_{44}$.

(Nous trouvons $\Delta s_{66} = -9{,}2$ et $\Delta s_{44} = +10{,}63$).

3. — La quantité $\Delta_{12} = 1 - f_2/2f_1$ où f_1 et f_2 sont les deux premières fréquences longitudinales est, dans le cas du cylindre Ox, une fonction croissante que nous n'avons pas su expliciter des quantités $|s_{12}|$, $|s_{14}|$, $|s_{13}|$. Or Δ_{12} diminue par irradiation, ce qui confirme que $|s_{12}|$ ne croît pas.

Signification des résultats. — D'après le travail de Lukesh [6], pour des irradiations environ dix fois plus importantes que notre dose de $2{,}2.10^{19}$ neutrons.cm^{-2}, silice vitreuse et quartz cristallin aboutissent à un même état final probablement isotrope car les rayons X mettent en évidence sa structure vitreuse.

Nous devons donc nous attendre à voir disparaître petit à petit du tableau des constantes élastiques celles qui sont liées à l'anisotropie : s_{14} et les deux constantes piézoélectriques. De même, le pouvoir rotatoire tend vers zéro (4). s_{11} doit aller à la rencontre de s_{33} et s_{ll} de la silice doit les rejoindre, s_{44} doit aller à la rencontre de s_{66} et s_{tt} doit les rejoindre, etc...

L'examen de nos résultats montre deux exceptions à cette règle : s_{66} s'enfuit trop vite devant le s_{tt} de la silice ; s_{12} tourne le dos à s_{13} donc aussi à s_{ll} de la silice. Ces deux exceptions sont dues au comportement de s_{12} et c'est pourquoi nous avons tant insisté sur les moyens de surveiller son évolution. Dans le quartz non irradié, cette constante dépend plus qu'aucune autre de la température : de 1,3 pour mille à 2 pour mille par degré suivant les auteurs [12, 13]. Mais si l'on s'intéresse aux fréquences propres et non plus aux constantes élastiques qu'on peut en tirer à l'aide des hypothèses de la théorie classique, la tendance à l'isotropie du quartz et la tendance à l'identité du quartz et de la silice ne souffrent plus d'exception comme le schématise le tableau VIII où les flèches symbolisent le sens de la variation par irradiation. Dans une même ligne une double flèche indique une variation absolue plus grande qu'une flèche simple. $f_l(1)$ et $f_l(2)$ sont les deux premières fréquences longitudinales. Les f_t sont les fréquences en torsion. Les valeurs indiquées sont relatives à des cylindres non irradiés de 3 cm de longueur et 1 cm de diamètre.

TABLEAU VIII

	SILICE VITREUSE	CYLINDRE OX	CYLINDRE OZ
$f_l(1)$	95 900 ↗	90 700 ↗↗	104 000 ↘↘
$1 - \frac{f_l(2)}{2 f_l(1)}$	815 10^{-5} ↗	1 300 ↘	560
f_t	62 700 ↗	65 400 =	72 300 ↘

Pour en finir avec l'élasticité signalons que le frottement interne relatif à tous les modes de vibration étudiés augmente par irradiation (1).

(1) Pour une vibration longitudinale dans la direction oy, la largeur d'une bande de résonance située au voisinage de la fréquence de 10^5 cycles × sec^{-1} est d'environ 2 cyles × sec^{-1} à 20 °C avant irradiation. Après irradiation à $10.^{19}$ neutrons rapides, elle est large d'environ 100 cycles sec^{-1}.

Coefficients de dilatation thermique. — Le tableau IX résume nos connaissances et nos expériences. De par sa construction, notre dilatomètre nous donne la différence entre l'allongement du corps étudié et celui d'un échantillon de silice vitreux de même longueur. Les valeurs relatives à la silice vitreuse non irradiée sont empruntés aux tables de Landolt-Bornstein. Notons que les axes Ox et Oy du quartz suivant lesquels la dilatation thermique est la plus grande sont aussi ceux de plus grands allongements sous radiation ; la silice vitreuse qui se contracte par irradiation a une dilatation thermique négative au-dessous d'une température voisine de — 100 °C. Les modifications observées après irradiation sont du même ordre que l'erreur de mesure, mais nous avons répété les expériences dix fois pour réduire statistiquement cette erreur. Les résultats sont rapportés à une longueur de 3 cm.

La tendance à l'isotropie ne se manifeste guère.

TABLEAU IX

	Silice vitreuse	Quartz Ox	Quartz Oz
Coefficients de dilatation linéaire à 20 °C	$0,4.10^{-6}$	$14,2.10^{-6}$	$7,8.10^{-6}$
Allongements entre — 190° et 0 °C	— 1,14 μ	+ 56,3 μ	+ 25,2 μ
Après irradiation de 7.10¹⁸ neutrons.cm⁻²...	(— 1,14 — 0,3) μ	—	—
Après irradiation de 22.10¹⁸ neutrons.cm⁻²...		+ 56,0 μ	+ 25,1 μ

Le résultat relatif à la silice, d'ailleurs très incertain pourrait s'expliquer par un déplacement vers les hautes températures du point où le coefficient de dilatation change de signe. Nous opérons vers les basses températures pour éviter la guérison thermique des échantillons irradiés.

Guérison thermique. — Nos échantillons irradiés nous paraissent en général trop précieux pour que nous les chauffions, mais nous avons fait de l'analyse thermique différentielle sur de la poudre de quartz irradiée à 5.10^{18} neutrons.cm^{-2} ($\rho = 2,640$ g cm^{-3}). Primak [4] a signalé que du quartz irradié à 49.10^{18} neutrons.cm^{-2} étudié par cette méthode (1) ne montrait plus trace de la transformation endothermique $\alpha \rightarrow \beta$ du quartz au voisinage de 573 °C. Des chauffages répétés à 900 °C ne la faisaient pas réapparaître.

A la dose de 5.10^{18} neutrons.cm^{-2}, la transformation se manifeste encore ; la chaleur de transformation (3 calories gm^{-1} pour du quartz non irradié) a diminué d'environ 15 pour cent et, fait moins attendu, le point de transition s'est déplacé vers les basses températures d'environ 6 °C. Au retour de ce premier chauffage à 620 °C environ la transition $\beta \rightarrow \alpha$ se manifeste presque de la même façon que pour du quartz non irradié. Un second cycle montre une transition normale et la densité est alors 2,647 g.cm^{-3} ; sa valeur d'avant irradiation était 2,650 g.cm^{-3}.

(1) On chauffe dans une même enceinte, à vitesse constante, deux creusets identiques contenant respectivement du quartz irradié et de la silice vitreuse non irradiée et on mesure la différence de température entre les deux creusets.

Conclusion. — Nous nous proposons dans les mois qui viennent d'étirer nos courbes vers les grands flux pour tirer de l'imprécision les variations de certaines constantes, d'ajouter à notre collection de constantes étudiées le pouvoir diffusant en lumière ultra-violette du quartz qui augmente de plusieurs ordres de grandeur à la dose que nous avons atteinte et d'étudier l'action de la température pendant et après irradiation sur les effets observés. C'est alors seulement que nous entreprendrons de donner une justification théorique à tous ces chiffres.

Manuscrit reçu le 26 octobre 1956.

BIBLIOGRAPHIE

[1] Berman (R.), *Proc. Roy. Soc.*, A 1951, **208**, 90.
[2] Wittels et Sherrill, *Phys. Rev.*, 1954, **93**, 1117.
[3] Johnson et Pease, *Phil. Mag.*, 1954, **45**, 1, 651.
[4] Primak, Fuchs et Day, *J. Amer. Ceram. Soc.*, 1955, **38**, 135.
[5] Crawford (J. H.), Conférence de Genève, 1955, 753.
[6] Lukesh (J. S.), *Phys. Rev.*, 1955, **97**, 345.
[7] Mayer (G.) et Gigon (J.), *J. Physique Rad.*, 1955, **16**, 704.
[8] Giebe et Blechschmidt, *Ann. Physik*, 1933, **18**, 417.
[9] Dennisson-Bancroft, *Phys. Rev.*, 1941, **59**, 588.
[10] Love (A. E. H.), A treatise on the mathematical theory of Elasticity, 4e édition, Cambridge, 1952, 289.
[11] Balamuth, *Phys. Rev.*, 1934, **45**, 715.
[12] Atanasoff et Hart, *Phys. Rev.*, 1941, **59**, 85.
[13] Mason (W. P.), Piezoelectric crystals, Van Nostrand, New-York, 1950, p. 84.

ÉTUDE DES ÉLECTRONS AUGER-*K* ET DES ÉLECTRONS DE CONVERSION DU ^{57}Co

Par MM. J. B. BELLICARD et A. MOUSSA,
Institut de Physique Atomique, Lyon.

I. **Introduction.** — Le noyau du ^{57}Co, de période 267 jours, se désintègre par capture *K*. Un groupe de positons, d'énergie maximum 320 keV, avait été signalé par divers auteurs, mais doit être attribué à un autre isotope du cobalt. Cette désintégration laisse le noyau ^{57}Fe sur un niveau excité de 136 keV d'où il revient à l'état fondamental, soit par émission d'un gamma unique, soit par émission de deux gamma en cascade de 122 et 14 keV. L'existence de ces rayonnements a été reconnue par plusieurs auteurs [1], [2], [3], [4], et le schéma de désintégration proposé d'abord par Goldhaber et Hill [5], semble devoir être adopté définitivement à la suite des travaux récents de Lemmer, Segaert et Grace [6], et de Middelkoop, Heyligers, Rietjens, Van den Bold et Endt [7]. Le présent travail, réalisé au moyen du spectromètre à double focalisation et grand pouvoir séparateur installé à l'Institut de Physique Atomique, a pour objet l'étude des électrons Auger-*K* et des électrons de conversion accompagnant la désintégration du ^{57}Co.

II. **Dispositif expérimental.** — II-1. PRÉPARATION DES SOURCES. — Le ^{57}Co a été préparé au cyclotron d'Amsterdam par la réaction : ^{56}Fe(d, n)^{57}Co, son activité spécifique moyenne au cours de notre travail était de 15 curies/g. Il a été séparé sans entraîneur mais accompagné d'une quantité importante de ^{56}Co et de traces de ^{58}Co. Les rayonnements de positons ou de conversion de ces deux nuclides n'étaient pas gênants pour l'étude des raies de conversion de ^{57}Co. Quant aux électrons Auger ils provenaient évidemment des trois nuclides, ce qui ne présentait aucun inconvénient pour leur étude, mais empêchait de tirer des conclusions quantitatives sur le nombre d'électrons Auger par désintégration.

Le cobalt étant sous forme de chlorure, nous avons préparé les sources par évaporation thermique dans le vide en vue d'obtenir un dépôt mince et uniforme. Deux types d'évaporateurs ont été employés : des gouttières de molybdène ne nous ont permis d'obtenir qu'un rendement d'évaporation très faible et nous avons constaté une attaque de la gouttière par la solution, par contre nous avons obtenu un rendement satisfaisant avec des gouttières de platine. Le chlorure de cobalt évaporé sous vide a été recueilli sur des films de formvar de densité voisine de 20 μg/cm², recouverts d'une couche conductrice d'aluminium évaporée sous vide et dont la densité était inférieure à 5 μg/cm². Les films de formvar étaient placés à une distance de l'évaporateur suffisante pour obtenir un dépôt uniforme. L'emplacement de la source était délimité par un cache qui permettait d'obtenir des sources de longueur 20 mm et de largeur variant de 1 à 4 mm. Parmi les sources préparées, trois ont été retenues : source (a), largeur 2 mm, activité environ 2,3 μC ; source (b), largeur 2 mm, activité environ 32 μC ; source (c), largeur 4 mm, activité environ 8 μC.

II-2. RÉGLAGES DU SPECTROMÈTRE. — Les diaphragmes de l'appareil ont été réglés de manière à assurer le meilleur compromis entre le facteur de transmission et le pouvoir séparateur pour une largeur de source donnée [8]. Pour les sources (a) et (b), le facteur de transmission est alors $6{,}2.10^{-3}$ et le pouvoir séparateur théorique $\Delta(B\rho)/B\rho = 3{,}1.10^{-3}$. Pour la source (c) le facteur de transmission est 9.10^{-3} et le pouvoir séparateur théorique $6{,}2.10^{-3}$.

Lors de l'étude des raies de conversion de 115 et 129 keV, le compteur G. M. du spectromètre était obturé par une fenêtre de formvar aluminé de 30 μg/cm², déposée simplement sur un cadre de néoprène présentant une ouverture de 30 × 8 mm. Dans le domaine des basses énergies et pour les comparaisons des intensités des raies, le compteur était obturé par une fenêtre de formvar de 10 μg/cm² déposée sur une grille de lectromesh transparente à 50 % dont les orifices carrés ont 0,7 mm de côté. Le cut-off de cette fenêtre vérifié par l'étude du spectre continu du dépôt actif du thorium est suffisamment bas (1,2 keV) pour éviter les corrections d'absorption. Pour toutes ces mesures, le compteur était rempli d'un mélange de 50 % d'argon et de 50 % de vapeur d'éthanol, maintenu à une pression totale de 2 cm de mercure. La composante verticale du champ magnétique terrestre a été compensée à moins de 1 % près au cours des mesures.

II-3. ÉTALONNAGE EN ÉNERGIE. — Il a été effectué à partir des raies F et A du thorium *B*, les sources employées ont été préparées par évapo-

ration sous vide du dépôt actif du radiothorium, le dispositif de repérage de la source étant rigoureusement le même que pour le cobalt.

Pour mesurer l'énergie d'une raie de conversion du cobalt, son profil est relevé dans les mêmes conditions que celui de la raie F (abscisses : intensités du courant dans les bobines du spectromètre ; ordonnées : taux de comptage, après déduction, pour la raie F, du fond continu). On fait ensuite coïncider par tâtonnements successifs les deux profils, en modifiant les échelles des abscisses et des ordonnées. Lorsque ce résultat est atteint, le rapport des intensités portées en abscisses est égal au rapport des produits $B\rho$ des deux raies, d'où

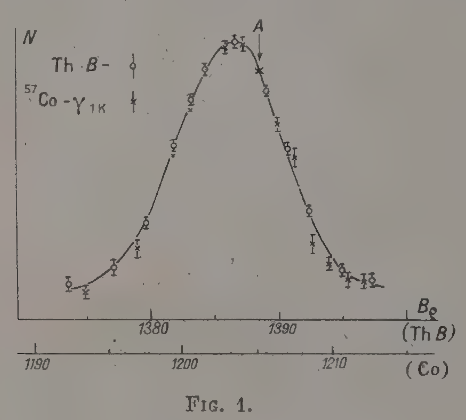


Fig. 1.

celui de la raie étudiée. La figure 1 représente la comparaison des profils de la raie F ($B\rho = 1\,388{,}44$ gauss-cm [9]), et de la raie de 115 keV du cobalt. La précision atteinte est de l'ordre de $2{,}5.10^{-4}$, à cette précision les corrections de dilatation des bobines sont négligeables.

Pour les raies Auger, dont la résolution n'est pas complète, ce procédé ne peut être employé, et leur énergie est déterminée en prenant sur le profil de chaque groupe de raies un point, indiqué en A sur la figure 1, qui, d'après l'étude théorique, correspond à la raie que l'on observerait en l'absence d'aberrations du spectromètre et avec une source et une fente de compteur infiniment étroites. La précision est nettement inférieure ici, surtout à cause de la non-séparation des raies, et sera discutée plus loin.

III. **Étude des électrons Auger-*K*.** — Elle a été faite avec la source (a), la plus mince. Seuls les groupes *KLL* et *KLX* ont pu être relevés, le groupe *KXY*, très faible, étant masqué par le pied de la raie de conversion de 7,26 keV. La bonne activité spécifique de la source et sa faible épaisseur ont permis de séparer complètement les groupes, mais ont été insuffisantes pour la séparation des raies. Les trois raies de plus grande énergie du groupe *KLL* ne sont distantes en effet

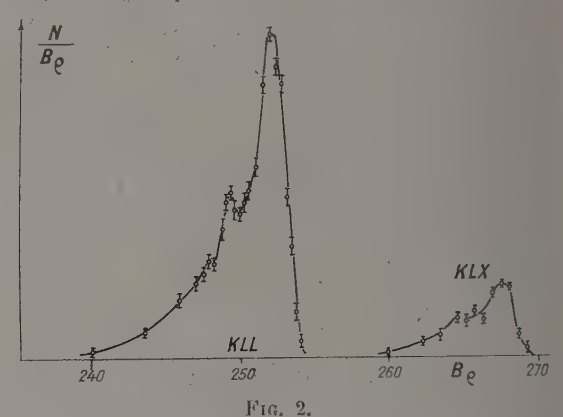


Fig. 2.

que de 15 eV. La figure 2 représente ces deux groupes d'électrons Auger, leur intensité relative est :

$$KLL/KLX = 1{,}00/0{,}20 \pm 0{,}01.$$

Dans le groupe *KLL* on peut distinguer trois sous-groupes, dont les intensités relatives sont les suivantes :

$$KL_{II}\,L_{II} + KL_{II}\,L_{III} + KL_{III}\,L_{III}/KL_{I}\,L_{II} + KL_{I}\,L_{III}/KL_{I}\,L_{I} = 1{,}00/0{,}33 \pm 0{,}03/0{,}14 \pm 0{,}04.$$

TABLEAU I

Intensités relatives des sous-groupes Auger-*KLL*

Z	26	29	47	83
Réf.	Présent travail	[10]	[11]	[12]
Rapport $\dfrac{KL_1\,L_1 + KL_1\,L_2 + KL_1\,L_3}{KL_2\,L_2 + KL_2\,L_3 + KL_3\,L_3}$	0,47 ± 0,07	0,42 ± 0,03	0,65	1,46

Le tableau I permet de comparer, pour quelques valeurs de *Z*, l'intensité relative de l'ensemble des deux derniers sous-groupes par rapport à celle du premier. On constate qu'elle croît rapidement pour les grandes valeurs de *Z*.

Les énergies de ces trois sous-groupes, déterminées comme il a été indiqué plus haut, sont comparées dans le tableau II aux valeurs théoriques. Celles-ci ont été obtenues par la formule :

$$W(KL_m\,L_n) = E(K)_Z - E(L_m)_Z - E(L_n)_{Z+\Delta Z}$$

en admettant que l'énergie de liaison d'un électron

dont l'éjection conduit à un état doublement ionisé, est celle qu'il aurait dans un atome neutre de numéro atomique $Z + \Delta Z$ (notation introduite par Bergström et Hill [13]. Ici $Z = 26$ et on a fait $\Delta Z = 1$, les énergies de liaison sont celles données par Hill [14]. Pour les deux sous-groupes de plus grande énergie, la valeur expérimentale est nettement inférieure à la valeur théorique. Comme on ne peut admettre de valeur supérieure à 1 pour ΔZ, il semble que l'écart doive être attribué au ralentissement des électrons dans l'épaisseur de la source, qui se traduit d'ailleurs par l'élargissement observé des raies. Pour la raie $KL_I L_I$ au contraire l'énergie expérimentale est plus grande que l'énergie théorique, et on pourrait rétablir l'accord en prenant une valeur de ΔZ inférieure à 1. Mais cette raie ne se traduit que par une inflexion sur le graphique, et la précision de la mesure de l'énergie est faible, on ne peut donc en tirer de conclusion sûre pour ΔZ.

TABLEAU II

ÉNERGIES DES RAIES AUGER-KLL (en keV)

RAIE AUGER	THÉORIQUE	EXPÉRIMENTALE
$KL_I L_I$	5,335	5,376
$KL_I L_{II}$	5,466	5,446
$KL_I L_{III}$	5,481	
$KL_{II} L_{II}$	5,593	5,570
$KL_{II} L_{III}$	5,608	
$KL_{III} L_{III}$	5,621	

IV. Étude des électrons de conversion. — IV-1. ÉNERGIE DES RAYONNEMENTS GAMMA. — Elle a été déterminée à partir de leurs raies de conversion K dont les énergies ont été obtenues par la méthode indiquée plus haut. La source (c) a été utilisée, son activité permettait d'atteindre des taux de comptages suffisants et son épaisseur était cependant assez faible pour que l'absorption interne ne soit pas gênante. La figure 1 permet de constater que le pouvoir séparateur expérimental (7.10^{-3}) est bien de l'ordre de grandeur attendu, la valeur théorique ($6{,}2.10^{-3}$) résulte en effet d'un calcul approché. La comparaison du profil au profil théorique montre aussi que l'absorption interne ne produit qu'un élargissement négligeable. Pour la raie de 7,26 keV cependant, un graphique analogue montre un élargissement, faible mais net, du côté des faibles énergies. La source (b) permettait en principe un pouvoir séparateur supérieur, mais l'élargissement par absorption interne était déjà sensible pour les raies de 115 et 129 keV. Les valeurs obtenues pour les énergies des trois photons sont portées dans le tableau III et comparées à celles données par divers auteurs.

TABLEAU III

ÉNERGIES DES TRANSITIONS GAMMA DU ^{57}Co (en keV)

RÉF.	[3]	[4]	[6]	[15]	PRÉSENT TRAVAIL
γ_1	122,8 ± 0,5	123 ± 2	123,0 ± 0,5	122,8	121,94 ± 0,03
γ_2	137,6 ± 0,5	137 ± 2	137,4 ± 0,5	137,4	136,31 ± 0,03
γ_3			14,4 ± 0,1	14,6	14,37 ± 0,01

IV-2. CALCUL THÉORIQUE DES COEFFICIENTS DE CONVERSION ET DES RAPPORTS K/L. — La disposition des niveaux excités de ^{57}Fe est bien établie

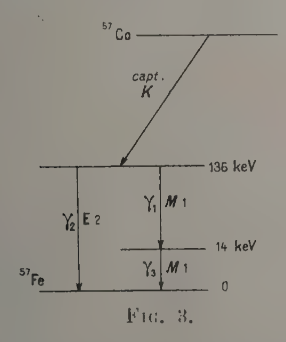


FIG. 3.

et l'attribution des polarités aux diverses transitions γ semble maintenant sûre (*fig.* 3). La mesure par Deutsch et Wright [1], confirmée depuis par divers auteurs [6], [7], de la durée de vie de l'état excité de 14 keV, ($1{,}0.10^{-7}$ s), conduit à attribuer à γ_3 le caractère M_1 comme l'ont montré Goldhaber et Sunyar [16]. Pour γ_1 et γ_2 on a alors le choix entre M1 et E2, ou E1 et M2. La mesure, par Alburger et Grace [3], des coefficients de conversion K de γ_1 et γ_2 leur a permis de montrer que celui de γ_2 est beaucoup plus grand que celui de γ_1 et qu'on doit donc attribuer à γ_2 le caractère E2. Dans un travail récent, Cork, Brice et Schmid [15], ont cependant trouvé pour γ_3 un rapport K/L trop faible pour une transition M1 et ont proposé pour γ_1 et γ_3 le caractère E1, laissant à γ_2 le caractère E2. Nous reviendrons plus loin sur ce point.

Nous avons calculé les coefficients théoriques de conversion des trois γ au moyen des tables de Rose [17]. Pour γ_3 cela nécessite une extrapolation qui a été faite en portant sur un graphique log α ou log β en fonction de log Z^2/E. Pour la sous-couche L_{III} les tables ne fournissent les coefficients

que pour $Z = 55$ et 85, aussi la détermination est peu précise mais la conversion dans cette sous-couche étant très faible il n'en résulte pas d'erreur importante sur les rapports K/L. Les valeurs calculées sont portées dans le tableau IV. Pour les deux γ en cascade on peut aussi calculer le rapport ρ des nombres d'électrons comptés dans les raies de conversion K, si l'on admet qu'aucune capture K ou émission β^+ ne conduit au niveau de 14 keV. Désignons par n_K, n_L, les nombres d'électrons de conversion, par N les nombres de quanta, nous pouvons écrire, en égalant les nombres totaux de

TABLEAU IV

INTENSITÉS RELATIVES DE RAIES DE CONVERSION

Transition	Rapport d'intensité	Valeurs théoriques pour E1	M1	E2	Valeurs expérimentales Réf. [2]	Réf. [3]	Réf. [15]	Présent travail
γ_1	K/L	11,4	11,2		6,3*	8,2*	9,5*	6,7 ± 0,6*
γ_2	K/L			11,5	5,2*	7,7*	10*	8,2 ± 0,5*
γ_3	K/L	11,25	10,75				3	8,93 ± 0,14
γ_3	L/M						4	9,1 ± 0,5
γ_1 et γ_3	ρ	42,5	44,5					43 ± 2
γ_1 et γ_2	$(n_k)_1/(n_k)_2$							1,17 ± 0,06

* Valeurs expérimentales pour $K/L + M$.

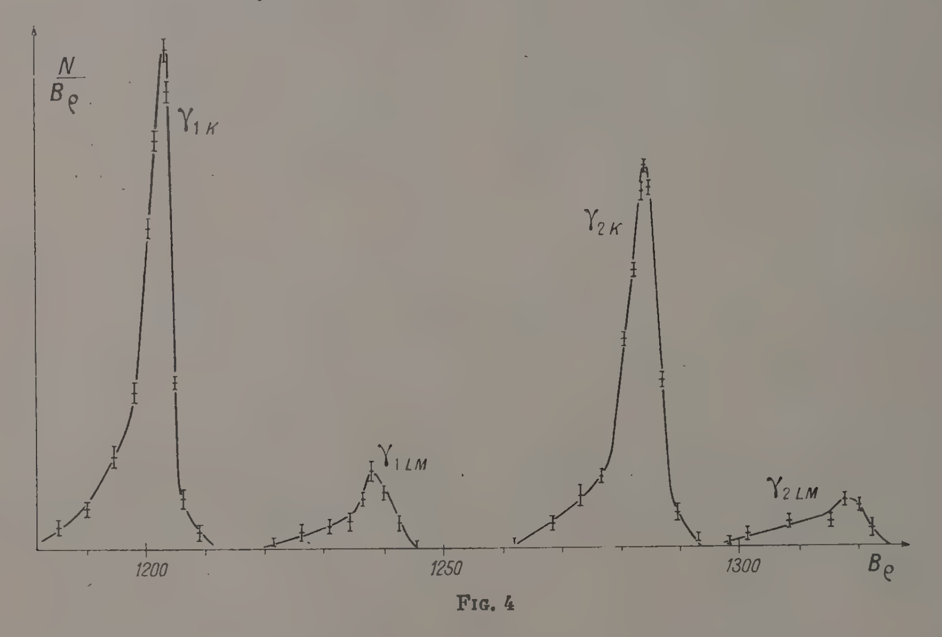


FIG. 4

transitions conduisant au niveau de 14 keV et partant de ce niveau :

$$(N + n_K + n_L + \ldots)_1 = (N + n_K + n_L + \ldots)_3$$

d'où :

$$\rho = \frac{(n_K)_3}{(n_K)_1} = \frac{(1 + N/n_K + n_L/n_K + \ldots)_1}{(1 + N/n_K + n_L/n_K + \ldots)_3}$$

N/n_K est l'inverse du coefficient de conversion α_K ou β_K, n_L/n_K l'inverse du rapport α_K/α_L ou β_K/β_L, etc... Dans l'hypothèse où les transitions 1 et 3 sont toutes deux de type M1, les valeurs calculées sont $(\beta_K)_1 = 1{,}86.10^{-2}$; $(\beta_K)_3 = 7{,}67$; $(\beta_{L\,\text{total}})_1 = 1{,}67.10^{-3}$; $(\beta_{L\,\text{total}})_3 = 0{,}713$. On néglige $(n_M/n_K)_1$ et on prend pour $(n_M/n_K)_3$ la valeur expérimentale approchée 0,01. Il vient alors $\rho = 44{,}5$. Ce résultat est à peine modifié si on prend pour les n_L/n_K, au lieu des valeurs théoriques, les valeurs expérimentales, on trouve alors $\rho = 44$. Dans l'hypothèse de deux transitions de type E1, on a de même : $(\alpha_K)_1 = 2{,}04.10^{-2}$; $(\alpha_K)_3 = 12{,}9$; $(\alpha_{L\,\text{total}})_1 = 1{,}79.10^{-3}$; $(\alpha_{L\,\text{total}})_3 = 1{,}147$; on trouve alors $\rho = 42{,}5$ (et 41,8 avec les valeurs expérimentales des n_L/n_K). Ces valeurs de ρ sont également portées dans le tableau IV.

IV-3. Résultats expérimentaux. — Les intensités des raies de conversion ont été étudiées avec les sources (b) et (c). La première a permis la comparaison des raies K et L de γ_1 et γ_2 ainsi que celle des raies L et M de γ_3, ces raies sont en effet peu intenses. La source (c) a permis la comparaison des raies K et L de γ_3 et de la raie K de γ_1. Son épaisseur plus faible donnait des profils de raies moins étalés vers les faibles énergies et donc une meilleure précision. La mesure des aires des divers profils de raies sur des graphiques où $N/B\rho$ est porté en fonction de $B\rho$ a fourni les divers rapports portés dans le tableau IV, où ils sont comparés aux résultats donnés par divers auteurs. (N. B. — Dans notre précédente note sur ce sujet [18], une erreur a fait écrire pour le rapport ρ, $\gamma_1(K)/\gamma_3(K)$ au lieu de l'inverse, de plus nous avons constaté une erreur dans l'évaluation de la variation d'efficacité du compteur avec l'énergie des électrons, d'où une modification assez faible de ρ). La figure 4 représente les raies de conversion de γ_1 et γ_2, comptées avec la source (*b*), la figure 5 celles de γ_3, comptées avec la source (c).

IV-4. Discussion. — Examinons d'abord le cas de γ_3, le rapport K/L obtenu par nous est compatible avec l'hypothèse d'une transition M1. Le résultat obtenu par Cork, Brice et Schmid [15] doit sans doute être attribué à la variation rapide de la sensibilité des émulsions photographiques avec l'énergie des électrons, dans ce domaine d'énergies. En effet, Mladjenovic et Slätis [19] trouvent, pour une certaine émulsion, une sensibilité qui décroît très vite en dessous de 80 keV et devient très faible vers 10 keV. L'attribution à γ_3 du caractère M1 peut donc être conservée, en accord avec les mesures de durée de vie du niveau de 14 keV. Pour γ_1 et γ_2 les rapports K/L obtenus par nous sont nettement inférieurs aux valeurs théoriques, il semble difficile d'attribuer la différence à la conversion dans les couches M et N dont il n'a pas été tenu compte dans le calcul. D'autre part on peut porter nos valeurs expérimentales sur les courbes empiriques données par Goldhaber et Sunyar [16]. Pour γ_2 ($Z^2/E = 4{,}95$) la valeur $K/L = 8{,}2$ se place parfaitement sur la courbe relative aux transitions E2 (*fig.* 11 du mémoire), pour γ_1 ($Z^2/E = 5{,}5$)

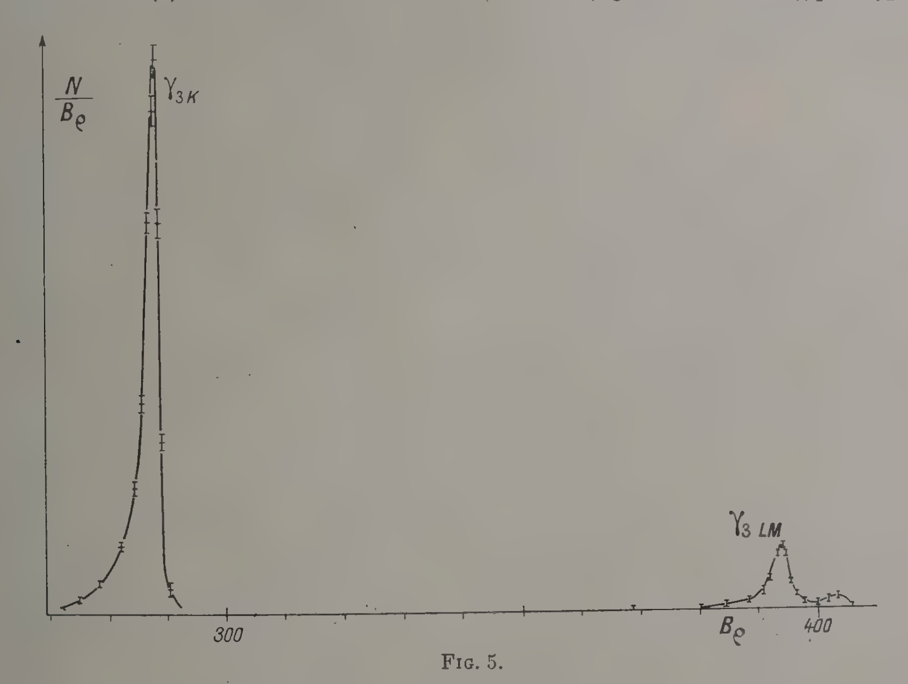


Fig. 5.

et γ_3 ($Z^2/E = 47$) les valeurs de K/L se placent un peu moins bien sur la courbe empirique (*fig.* 16 du mémoire) mais cette courbe n'est basée que sur un petit nombre de points.

La concordance satisfaisante des valeurs théorique et expérimentale du rapport ρ peut être considérée comme une confirmation de l'hypothèse suivant laquelle aucune capture K ne conduit directement au niveau de 14 keV. En employant la méthode des coïncidences, Lemmer, Segaert, et Grace [6], trouvent que la proportion de captures conduisant au niveau de 14 keV et au niveau fondamental est inférieure à 14 %. Il est difficile de déduire de nos mesures une limite analogue à cause de l'incertitude sur les coefficients théoriques de conversion. La valeur calculée de ρ est très sensible à la valeur choisie pour le coefficient de conversion de γ_1. Elle est par contre peu sensible à celui de γ_3.

C'est ainsi que, en utilisant pour γ_3 la valeur expérimentale $\alpha_{total} = 15$, donnée par Lemmer, Segaert et Grace, et compte tenu du rapport $L + M/K = 0{,}124$ trouvé par nous, on parvient à $\rho = 46$. La recherche par cette méthode d'une faible proportion de captures conduisant au niveau de 14 keV nécessiterait donc une détermination expérimentale précise du coefficient de conversion de γ_1.

Nous remercions le Centre National de la Recherche Scientifique qui a subventionné la construction du spectromètre et a accordé à l'un de nous une allocation pendant l'exécution de ce travail.

Manuscrit reçu le 25 septembre 1956.

BIBLIOGRAPHIE

[1] Deutsch (M.) et Wright (W. E.), *Phys. Rev.*, 1950, **77**, 139.
[2] Cheng (L. S.), Dick (J. L.) et Kurbatov (J. D.), *Phys. Rev.*, 1952, **88**, 887.
[3] Alburger (D. E.) et Grace (M. A.), *Proc. Phys. Soc.*, 1954, A **67**, 280.
[4] Crasemann (B.) et Manley (D. L.), *Phys. Rev.*, 1955, **98**, 66.
[5] Goldhaber (M.) et Hill (R. D.), *Rev. Mod. Physics*, 1952, **24**, 179.
[6] Lemmer (H. R.), Segaert (O. J.) et Grace (M. A.), *Proc. Phys. Soc.*, 1955, A **68**, 701.
[7] Middelkoop (W. C.), Heyligers (A.), Rietjens (L. H.), Van den Bold (H. J.) et Endt (P. M.), *Physica*, 1955, **21**, 897.
[8] Moussa (A.) et Bellicard (J. B.), *J. Physique Rad.*, 1954, **15**, 85 A.
[9] Siegbahn (K.) et Gerholm (T. R.), Beta and gamma-ray spectroscopy, éd. Siegbahn, 1955, p. 920.
[10] Bellicard (J. B.), Haynes (S. K.) et Moussa (A.), à paraître.
[11] Johnson (F. A.) et Foster (J. S.), *Canad. J. Phys.*, 1953, **31**, 469.
[12] Mladjenovic (M.) et Slatis (H.), *Ark. Fys.*, 1954, **9**, 4, 41.
[13] Bergstrom (I.) et Hill (R. D.), *Ark. Fys.*, 1954, **8**, 2, 21.
[14] Hill (R. D.), in Siegbahn, *loc. cit.*, p. 916.
[15] Cork (J. M.), Brice (M. K.) et Schmid (L. C.), *Phys. Rev.*, 1955, **99**, 703.
[16] Goldhaber (M.) et Sunyar (A. W.), *Phys. Rev.*, 1951, **83**, 906.
[17] Rose (M. E.), in Siegbahn, *loc. cit.*, p. 905.
[18] Bellicard (J. B.) et Moussa (A.), *C. R. Acad. Sc.*, 1955, **241**, 1202.
[19] Mladjenovic (M.) et Slatis (H.), *Ark. Fys.*, 1954, **8**, 5, 65.

REVUE DES LIVRES

Vigier (J. P.), préface de L. de Broglie, **Structure des micro-objets dans l'introduction causale de la théorie des quanta.** (1 vol. de 192 p., 16 × 25 cm avec figures, Paris, Gauthier-Villars, 1956.)

La thèse de doctorat de J. P. Vigier représente, comme on le sait, l'une des chartes de la théorie « causale » de la mécanique ondulatoire, remise en honneur par D. Bohm, et à laquelle s'est rallié L. de Broglie.

Après une discussion comparée des interprétations causale et probabiliste de la mécanique ondulatoire, l'auteur introduit la théorie causale qui, comme on le sait, procède des idées anciennes de L. de Broglie exprimées sous la forme élaborée de la « double solution » ou sous la forme simplifiée de « l'onde pilote ». La notion du « potentiel quantique » est alors définie, et l'idée, due à L. de Broglie et à Vigier, d'une équation d'onde non linéaire (mais approximativement linéaire sous les conditions correspondant à « l'approximation » actuelle de la théorie) est discutée. On étend ensuite ces notions au cas des particules de spin 1/2 et 1.

Les chapitres II et III insistent sur l'analogie entre le problème de la « double solution » et le problème de relativité générale ayant trait à la détermination des trajectoires de points par les équations mêmes du champ. On sait que ce sont les travaux de Vigier sur cette question qui ont amené L. de Broglie à préciser sa position ancienne.

Au chapitre IV on introduit la statistique, sous la forme d'une réaction aléatoire du reste de l'univers sur le système en étude ; l'auteur est ainsi amené à définir un phénomène analogue dans sa théorie (*mutatis mutandis*) au mouvement brownien.

Le chapitre V traite du problème des *n* points, sous la forme non relativiste due initialement à Schrödinger, mais en faisant appel en outre à toutes les notions précédemment introduites.

Enfin, le chapitre VI applique la théorie au problème de la mesure quantique, et établit l'équivalence statistique avec la théorie actuellement en vigueur.

En somme, nous avons ici une étude très fouillée mais, de l'avis de l'auteur lui-même, encore largement incomplète, d'une théorie qui, si elle parvient à se constituer, sera certainement très compliquée. En l'actuel état des choses, on ne peut qu'être frappé par le caractère très « méta-physique » des arguments invoqués. Il n'est pas évident à nos yeux que toute cette théorie ne va pas soulever des difficultés au moins aussi grandes que celles auxquelles on voulait échapper et qui, phénoménologiquement parlant, sont parfaitement maîtrisées. Il s'agit donc d'un audacieux pari sur l'avenir.

O. Costa de Beauregard.

Broglie (L. de), **Nouvelles perspectives en microphysique.** (Collection Sciences d'aujourd'hui.) 1 vol. broché, 14 × 19,5 cm, 356 p., Albin Michel, Paris, 1956, 850 F.

Ce recueil d'exposés et d'articles de M. L. de Broglie revêt un intérêt exceptionnel, car il contient des mises au point claires et accessibles, sans difficultés mathématiques, des récentes idées de l'auteur concernant l'interprétation causale de la mécanique ondulatoire. En effet, ses ouvrages de la collection Gauthier-Villars s'adressent à un public rompu aux difficultés de la mécanique théorique et de l'analyse. Ici, il s'agit d'un exposé des principes et des idées, ou plutôt d'un ensemble de tels exposés. Ils forment la 2e partie de cet ouvrage ; l'auteur y rappelle les difficultés soulevées par l'interprétation indéterministe et donne les grandes lignes de son interprétation causale, ou déterministe.

La 1re partie (que je m'excuse de mentionner en second) contient de très claires et vivantes conférences sur la 2e quantification, l'effet Lamb-Retherford (petite correction imposée à la théorie de Dirac), le champ nucléaire, les particules élémentaires, la cybernétique, et la structure des cristaux.

La 3e partie contient des exposés sur la science et le rôle du savant, et la 4e sur des questions historiques, notamment sur Pascal, Dalembert, Duhem, l'histoire de la mécanique et la radioactivité.

J. Winter.

LA RESENSIBILISATION, AUX BASSES TEMPÉRATURES, DES PHOTOPILES AU SÉLÉNIUM PAR L'ACTION DU PROCHE INFRA-ROUGE.

Par G. BLET,

Chef du Laboratoire de Photométrie du Centre de Recherches Scientifiques Industrielles et Maritimes de Marseille.

I. Description du phénomène. — Notations. Au cours des mesures effectuées pour déterminer la courbe de sensibilité spectrale de photopiles au sélénium aux basses températures, nous avons constaté que les résultats obtenus dépendaient dans une très large mesure des conditions opératoires. Nous avons pu mettre au point une technique de mesure donnant à coup sûr des résultats reproductibles que nous avons publiés par ailleurs.

Le phénomène nouveau que nous avons mis en évidence est le suivant : « Lorsqu'on refroidit à partir de la température ambiante une photopile au sélénium, sa sensibilité, pour une longueur d'onde donnée, décroît très fortement. L'envoi sur ladite cellule d'un flux d'énergie dans le domaine du proche infrarouge fait remonter progressivement la sensibilité jusqu'à une valeur assez peu différente de la valeur initiale. »

Ce phénomène est évidemment assez complexe vu le nombre de paramètres qui interviennent. Nous allons tout d'abord préciser les notations utilisées au cours de cette étude.

λ = Longueur d'onde pour laquelle on mesure la sensibilité.

$\sigma_{0\lambda}$ = Sensibilité pour la longueur d'onde λ, à la température de 273 °K (0 °C).

$\sigma_{T\lambda}$ = Sensibilité pour la longueur d'onde λ, à la température de refroidissement T.

σ_{λ} = Sensibilité pour la longueur d'onde λ, en cours de resensibilisation.

$\sigma_{\infty\lambda}$ = Sensibilité pour la longueur d'onde λ, valeur limite obtenue par resensibilisation.

T = Température de refroidissement.

λ_R = Longueur d'onde utilisée pour la resensibilisation.

θ_R = Durée d'exposition au rayonnement de resensibilisation.

$W_{R\lambda}$ = Intensité en watts du flux resensibilisateur de longueur d'onde λ_R.

$E_{R\lambda}$ = Énergie totale en ergs ou en électron-volts, nécessaire pour resensibilisation totale par un rayonnement de longueur d'onde λ_R.

N. B. — L'indice λ ne sera adjoint aux diverses notations ci-dessus qu'en cas de nécessité.

II. Influence des divers paramètres. — Ce phénomène de resensibilisation ou réactivation fait intervenir un assez grand nombre de paramètres dont nous étudierons à tour de rôle l'influence. Mentionnons tout d'abord la longueur d'onde λ, pour laquelle on mesure la sensibilité ainsi que la température T à laquelle la cellule est ensuite refroidie. Pour la réactiver nous utiliserons un rayonnement dont nous pouvons faire varier la longueur d'onde λ_R, l'intensité $W_{R\lambda}$ et la durée d'application. Signalons tout de suite que le phénomène étudié comporte trois phases : premièrement une phase de croissance, deuxièmement une phase stable, troisièmement une phase de décroissance. La phase stable est caractérisée par la sensibilité limite obtenue par réactivation.

A. Paramètres propres a la mesure de la sensibilité : λ et T. — A la température ordinaire, la détermination de la courbe de sensibilité spectrale ne comporte pas de difficultés particulières, mais dès que l'on opère à une température inférieure il convient de prendre certaines précautions. En effet, pour éviter les phénomènes de resensibilisation qui forment précisément le sujet de cette étude, il faut effectuer les mesures avec une énergie incidente aussi faible que possible et appliquée pendant une durée aussi faible que possible. Ceci nécessite pour le galvanomètre de mesure une grande sensibilité et une courte période, deux qualités contradictoires. Heureusement la difficulté peut être tournée par l'emploi d'un amplificateur galvanométrique à contre-réaction. Le galvanomètre primaire pourra être à sensibilité élevée, grande résistance interne et grande période, dans la mesure où ces caractéristiques ne nuiront pas à sa stabilité. L'emploi d'un taux de contre-réaction convenable permettra un accroissement notable de sensibilité tout en réduisant considérablement l'impédance d'entrée et la constante de temps. Dans ces conditions il est possible d'obtenir des mesures parfaitement reproductibles. Pour chaque température on pourra donc relever une courbe de sensibilité spectrale bien définie, représentée par la relation : $\sigma_{T\lambda} = f(\lambda)$. Le réseau de courbes obtenues est représenté par l'ensemble de courbes de la figure 1.

B. Paramètres propres au rayonnement de resensibilisation : λ_R — θ_R — $W_{R\lambda}$. — La sensibilité obtenue au cours de réactivation σ_λ dépend de la longueur d'onde de réactivation, de son intensité et de la durée de réactivation. Toutefois la sensibilité limite que l'on peut obtenir pour une longueur d'onde λ ne dépend que de la température de refroidissement : c'est la phase stable dont nous avons parlé précédemment. En cherchant pour chaque mesure à obtenir cette sensibilité limite il est possible de tracer pour chaque température T une courbe de sensibilité spectrale reproductible, $\sigma_{\infty\lambda} = g(\lambda)$.

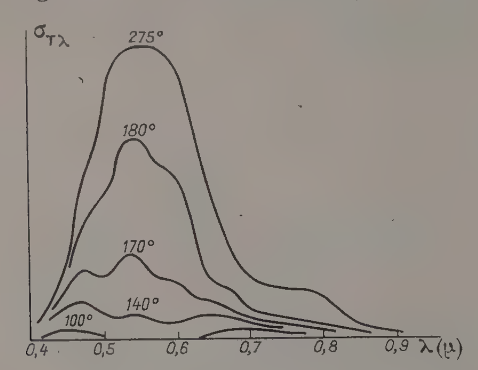


Fig. 1. — Courbes de sensibilité spectrale vraie.

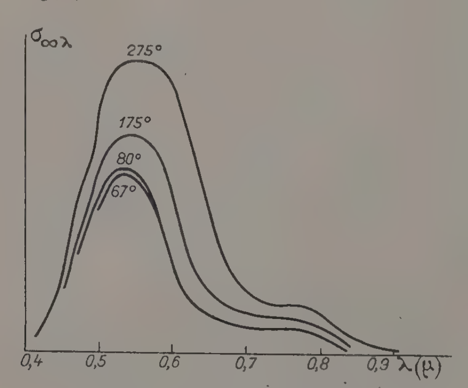


Fig. 2. — Courbes de sensibilité spectrale après réactivation totale.

Le réseau des courbes obtenues est tracé sur la figure 2.

Ces résultats peuvent également être représentés de la manière suivante : en portant en ordonnées le rapport de la sensibilité $\sigma_{\infty\lambda}$ à T° à la sensibilité $\sigma_{0\lambda}$ à 273 °K pour la même longueur d'onde. On obtient ainsi les courbes des figures 3 et 3 *bis* relatives respectivement à deux types de cellule.

Pour une longueur d'onde donnée, on peut tracer les courbes de variation de $\sigma_{T\lambda}$ et de $\sigma_{\infty\lambda}$ en fonction de la température. Étant donnée la différence considérable d'amplitude des variations de ces deux sensibilités, nous avons représenté en unité arbitraires les variations de $\sigma_{T\lambda}$ avec une échelle logarithmique et les variations de $\sigma_{\infty\lambda}$ avec une échelle linéaire. La figure 4 est relative à la longueur d'onde 0,5 μ.

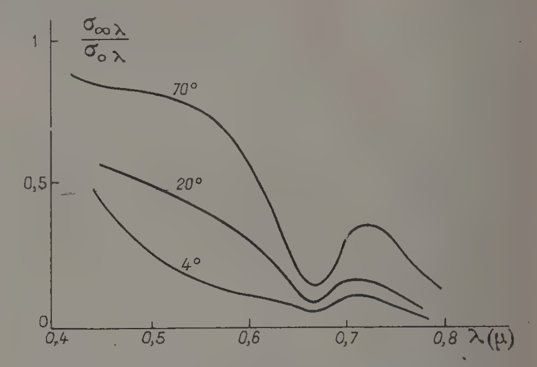


Fig. 3. — Baisse de sensibilité par rapport à 273 °K pour deux types de cellule après réactivation.

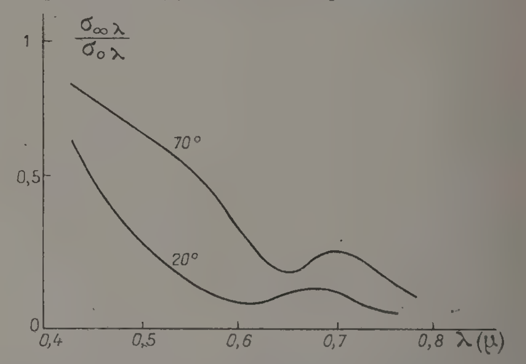


Fig. 3 *bis*. — Baisse de sensibilité par rapport à 273 °K pour deux types de cellule après réactivation.

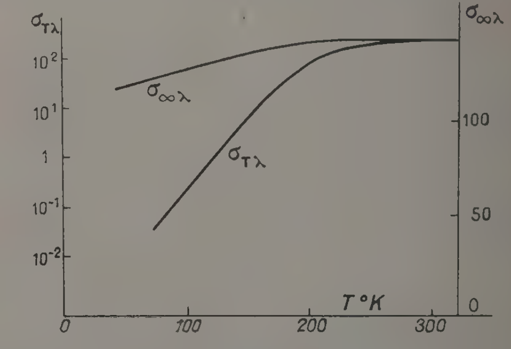


Fig. 4. — Variation en fonction de T de la sensibilité vraie et après réactivation totale pour $\lambda = 0,5\ \mu$.

Pour $T = 273$ °K, le phénomène de resensibilisation n'existant pas, les deux sensibilités ont la même valeur. Le tableau ci-dessous donne les valeurs numériques à la figure 4.

T	273	250	225	200	175	150	125	100	75
$\sigma_{T\lambda}$	139	137	135	105	32	3	1	0,25	0,05
$\sigma_{\infty\lambda}$	139	139	139	137	134	128	121	116	110

La décroissance de la sensibilité $\sigma_{T\lambda}$ peut être représentée approximativement (pour les températures inférieures à 175 °K) par une relation du type :

$$L\sigma_{T\lambda} = A + BT.$$

a. *Influences respectives de l'intensité et de la durée du rayonnement de réactivation* : $W_{R\lambda}$ et θ_R. — Ces influences étant les mêmes qualitativement quels que soient λ, λ_R et T, nous exposerons les résultats numériques obtenus avec $\lambda = 0{,}55\ \mu$ — $\lambda_R = 0{,}75\ \mu$ et $T = 100$ °K. Pour diverses valeurs de l'intensité, nous avons fait croître progressivement la durée et relevé simultanément l'évolution de la sensibilité. Nous avons constaté que les effets sont cumulatifs et que la sensibilité obtenue σ_λ ne dépend que du produit : $W_{R\lambda} . \theta_R = E_{R\lambda}$.

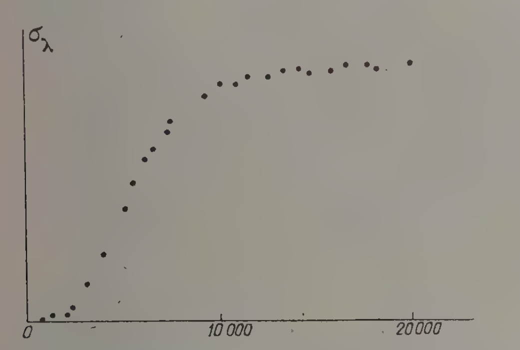


FIG. 5. — Récupération de la sensibilité en fonction de l'énergie *IR* reçue.
Points expérimentaux.

La figure 5 montre comment se situent les points représentatifs de σ_λ pour diverses valeurs de $E_{R\lambda}$ obtenues par combinaison des valeurs de $W_{R\lambda}$ et de θ_R.

$W_{R\lambda}$ a varié de 0,18 à 1,34 microwatts.
θ_R a varié de 1 à 25 minutes.
$E_{R\lambda}$ a donc varié de 100 à 20 000 ergs.

Aux erreurs d'expérience près, ces points se situent sur une courbe unique, ce qui prouve que $W_{R\lambda}$ et θ_R n'interviennent que par leur produit ; autrement dit, *seule compte pour la resensibilisation l'énergie globale reçue par la cellule.* Cette loi de sommation est encore valable pour des éclairs *IR* de durée 1/100e de seconde.

La courbe de la figure 5 peut donc se déterminer avec un rayonnement d'intensité connue dont on fait varier la durée d'application.

Ainsi avec $\lambda_R = 0{,}90\ \mu$ et des durées croissantes de 3 en 3 secondes, nous avons déterminé la courbe de la figure 6 avec une centaine de points. Cette courbe met en évidence au début une phase de latence, puis une phase à croissance rapide et enfin une phase de saturation. L'intensité du rayonnement était de 2 microwatts.

b. *Influence de la longueur d'onde du rayonnement de réactivation* λ_R. — Nous avons constaté que pour une même intensité du rayonnement λ_R, la vitesse de réactivation dépendait de cette longueur d'onde.

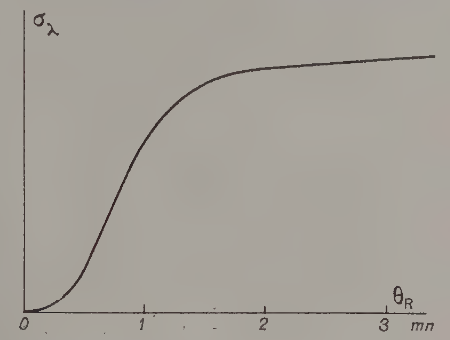


FIG. 6. — Récupération de la sensibilité en fonction de l'énergie *IR* reçue.
Courbe expérimentale moyenne tracée avec plus de cent points.
$W_R = 2\ \mu$W
$\lambda_R = 0{,}9\ \mu$.

Si l'on trace les courbes analogues à celle de la figure 6, pour diverses longueurs d'onde, elles sont très différentes les unes des autres. Toutefois et ceci est très intéressant, ces diverses courbes peuvent être superposées presque rigoureusement si l'on choisit pour chacune d'elles une unité de temps convenable sur l'axe des abscisses. La longueur figurant l'unité de temps sur l'axe des abscisses sera donc d'autant plus longue que la radiation considérée sera plus efficace pour réactiver la cellule. Elle peut donc servir à mesurer cette efficacité. La détermination de la pseudo constante de temps de ces diverses courbes conduit au même résultat.

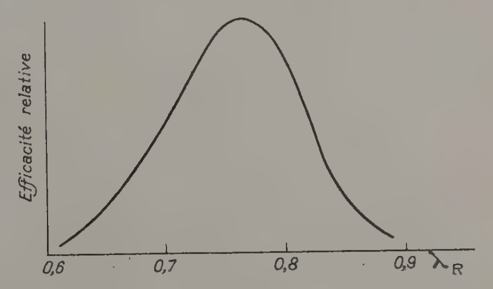


FIG. 7. — Distribution spectrale de l'efficacité de réactivation en valeur relative.

Les résultats sont rassemblés dans le tableau suivant :

λ_R	0,60	0,65	0,70	0,75	0,80	0,85	0,90
Efficacité relative	1	10	16	24	34	8	1

Ils peuvent être représentés par la courbe de la figure 7.

c. *Influence de la température : T_R.* — Si la température de refroidissement T_R est plus élevée, la sensibilité σ_λ atteint plus rapidement sa valeur limite que si T_R est plus bas, pour des caractéristiques identiques du rayonnement de réactivation. Cette fois encore une seule courbe permet de représenter les résultats aux diverses températures en portant en ordonnée $\frac{\sigma_\lambda}{\sigma_{\infty\lambda}}$ et en abscisse l'énergie de réactivation avec une échelle dépendant de la température.

III. **Résultats d'ensemble.** — Le trait caractéristique de ces phénomènes de réactivation est qu'*une courbe unique permet de le représenter dans*

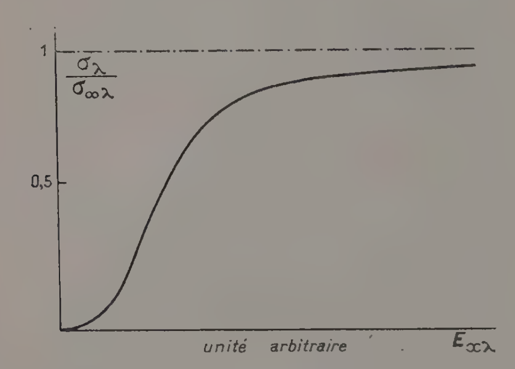


Fig. 8. — Récupération de la sensibilité en fonction de l'énergie *IR* reçue.
Sensibilité en valeur relative ; énergie en unité arbitraire.

toutes ses particularités. Cette courbe a été tracée avec précision sur la figure 8. Cette courbe est celle de la figure 6, mais nous avons choisi une unité arbitraire sur l'axe des abscisses. En abscisses sont portées les énergies de réactivation et en ordonnées le rapport de la sensibilité à la sensibilité réactivée limite.

Cette fonction standard est de la forme :

$$\sigma_\lambda = F(E_{R\lambda}) \cdot \sigma_{\infty\lambda}.$$

L'influence de la longueur d'onde λ se traduit par la présence d'un coefficient $A_1(\lambda)$ en facteur au second membre puisque la sensibilité finale $\sigma_{\infty\lambda}$ dépend de λ (voir *fig.* 2) ; bien que la vitesse de réactivation soit indépendante de λ. L'influence de la température se manifeste par la présence de deux coefficients : l'un $B_1(T)$ en facteur au second membre puisque $\sigma_{\infty\lambda}$ dépend de T (voir *fig.* 2), et l'autre $B_2(T)$ en facteur de E_R car la vitesse de réactivation dépend de la température.

En effet, si nous cherchons la valeur de la durée nécessaire pour réactiver à la limite ($\sigma_{\infty\lambda}$) à intensité (W_R) constante, nous trouvons des durées d'autant plus grandes que T est plus faible, et dans la zone de 75 à 175 °K, la variation est pratiquement exponentielle ainsi que le montre la figure 9.

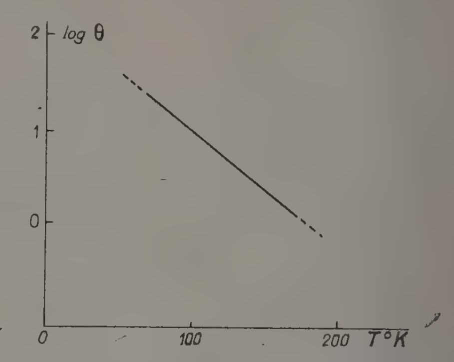


Fig. 9. — Variation, en fonction de T, de la durée nécessaire pour une réactivation totale avec $\lambda_R = 0{,}75\ \mu$.

La durée nécessaire avec 2 microwatts de $\lambda_R = 0{,}75\ \mu$ passe de 5 à 180 secondes lorsque T diminue de 175 à 75 °K, pour $\lambda = 0{,}50\ \mu$.

L'influence enfin de la longueur d'onde de réactivation λ_R se traduisant par une variation de la vitesse de réactivation se traduira par un coefficient $C(\lambda_R)$ en facteur de E_R.

L'expression générale est donc :

$$\sigma_\lambda = A_1(\lambda)\, B_1(T)\, F[B_2(T)\, C(\lambda_R)\, E_{R\lambda}].$$

IV. **Influence du courant de mesure.** — Dans tout ce qui précède nous avons déterminé la sensibilité de la cellule à courant constant. En effet, il est commode de conserver un même appareil de mesure pour toutes les séries de mesure et d'agir sur les réglages du monochromateur pour avoir des déviations comparables quel que soit λ. Ceci ne va pas sans inconvénient car nous représentons les variations de sensibilité par des courbes supposées implicitement à énergie constante : or si la cellule n'a pas une caractéristique linéaire, il n'y a pas correspondance entre la courbe tracée et les résultats de mesure.

Bien que les précautions classiques aient été prises : éclairement faible, résistance de charge faible, etc..., il apparaît aux basses températures, pour une cellule non réactivée ou en cours de réactivation, des écarts considérables à la linéarité. Ces écarts se traduisent par le fait que la courbe représentant la fonction standard :

$$\sigma_\lambda = F(E_{R\lambda}) \cdot \sigma_{\infty\lambda}$$

dépend du courant débité par la cellule, donc de l'éclairement qui sert à la détermination de la sensibilité.

Tout ce que nous avons dit de la permanence et de l'universalité de cette fonction subsiste tant que le courant de mesure I est le même. Pour une autre valeur I' de ce courant, cette fonction prend une

valeur différente F' qui reste universelle tant que I' garde sa valeur.

Nous avons déterminé la forme de la fonction F pour quatre courants différents ayant pour valeurs respectives en microampères :

$$I_1 = 0,0006 \; ; \; I_2 = 0,006 \; ; \; I_3 = 0,06 \; ; \; I_4 = 0,6.$$

Cette valeur de courant correspond au courant maximum obtenu après réactivation complète pour la longueur d'onde de 0,50 μ à la température de 100 °K. (Réactivation avec $\lambda_R = 0,75$, $W_{R\lambda} = 0,2\ \mu W$).

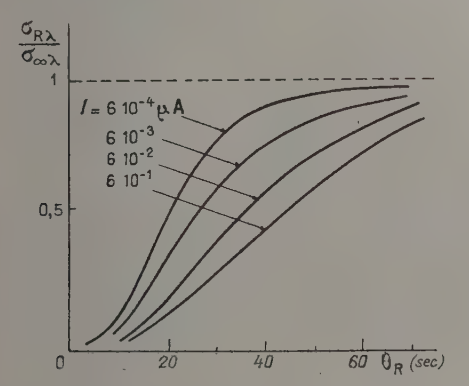


Fig. 10. — Courbes de réactivation pour quatre valeurs différentes du courant de mesure.
$\lambda_R = 0,75\ \mu$
$W_{R\lambda} = 0,2\ \mu W$
$T = 100$ °K.

Les quatre courbes obtenues sont reproduites sur la figure 10.

Un fait important (que l'on ne voit pas sur la figure puisque les coordonnées sont en valeur relative) est que la limite $\sigma_{\infty\lambda}$ ne dépend pas du courant de mesure et représente toujours la même fraction de la sensibilité $\sigma_{0\lambda}$.

Ces courbes présentent toujours le même aspect à trois phases : phase de latence, phase de croissance linéaire et phase de saturation.

Le fait remarquable est encore que ces diverses fonctions F, F', etc... sont divers aspects d'une même fonction universelle ainsi que le montre la figure 11 sur laquelle les points expérimentaux de la figure 10 ont été transposés en choisissant une échelle des temps différente pour chaque courbe.

Si l'on cherche la durée de réactivation τ pour laquelle la cellule est réactivée à un pourcentage donné de la valeur limite, on constate que cette durée est liée à l'intensité I du courant de mesure (I pour la sensibilité limite) par une relation très simple du type :

$$\tau = A + BL(I).$$

Cette formule est au moins valable dans les limites de notre expérimentation, c'est-à-dire pour des courants variant de 1 à 1 000 entre les limites précisées ci-dessus.

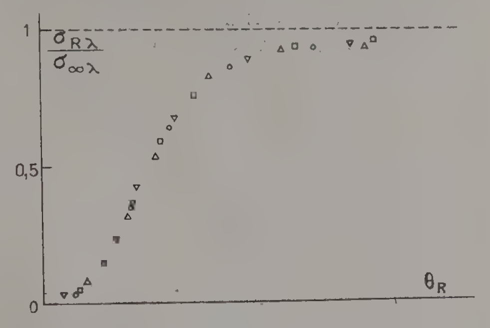


Fig. 11. — Réduction à une courbe unique des courbes de la figure 10.

I = 6 10⁻⁴ μA		o
6 10⁻³		Δ
6 10⁻²		∇
6 10⁻¹		□

En fait τ, ou l'énergie de réactivation nécessaire, croît donc beaucoup moins vite que le courant de mesure. Lorsque celui-ci est multiplié par 1 000, τ est seulement multiplié par 2,30, dans le domaine considéré. Il est bien évident toutefois que si la formule ci-dessus représente correctement l'expérience dans un certain domaine, elle ne peut convenir ni pour les courants de mesure très faibles, ni pour les courants de mesure très grands.

V. Influence du mode de refroidissement.

Nous avons essayé d'amener la cellule à la température T de plusieurs manières différentes :

a) Refroidissement direct le plus rapide possible, soit de quelques minutes.

b) Refroidissement direct lent, soit une heure environ.

c) Refroidissement direct à une température $T' \ll T$, maintenu pendant un temps plus ou moins long à T', puis réchauffement plus ou moins rapide à T.

d) Cycle thermique fantaisiste amenant finalement la cellule à la température T.

Dans tous les cas la courbe de réactivation est la même et caractérise donc la température T, indépendamment du cycle thermique parcouru auparavant par la cellule.

VI. Mesures aux très basses températures.

— Il nous a été possible de reprendre une partie de ces mesures aux températures d'ébullition, sous la pression atmosphérique de l'hydrogène et de l'hélium liquide, soit respectivement 20° et 4 °K. Toutefois notre tube laboratoire n'était vraisemblablement pas en équilibre thermique et ces températures ne sont que des ordres de grandeur. Les phénomènes de réactivation se produisent à ces

températures comme aux autres et les résultats expérimentaux sont tout à fait comparables ainsi qu'il ressort de l'examen des quelques courbes ci-après qui ont été déterminées pour deux types de cellule, A et B, de provenance différente.

a. *Sensibilité spectrale.*

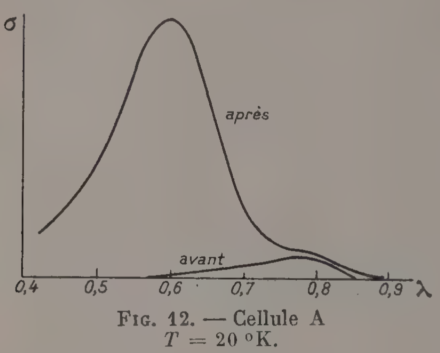


Fig. 12. — Cellule A
$T = 20$ °K.

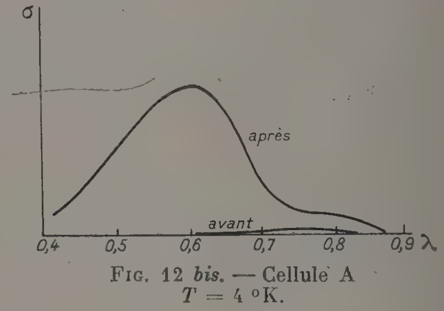


Fig. 12 *bis*. — Cellule A
$T = 4$ °K.

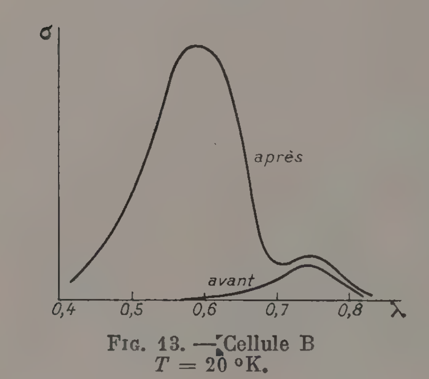


Fig. 13. — Cellule B
$T = 20$ °K.

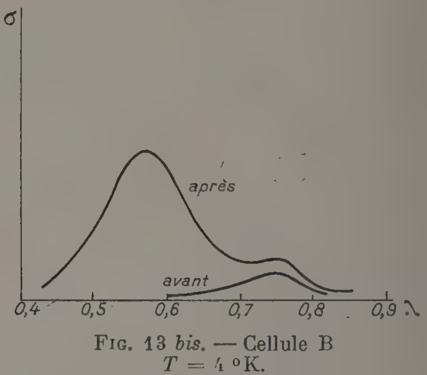


Fig. 13 *bis*. — Cellule B
$T = 4$ °K.

b. *Réactivation.*

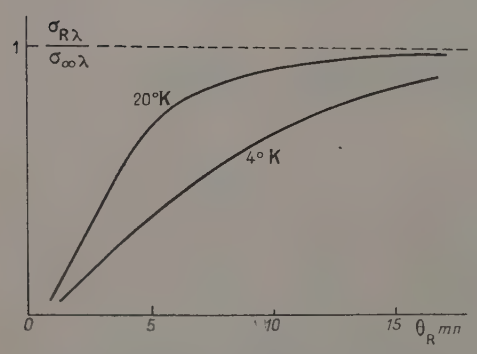


Fig. 14. — Cellule A.
Courbes ramenées à la même asymptote.

c. *Répartition spectrale de l'activité resensibilisatrice.*

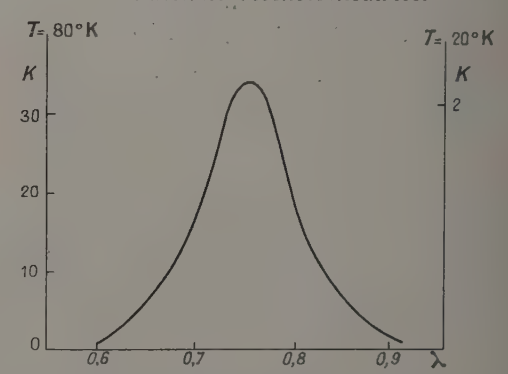


Fig. 15. — K, facteur par lequel la sensibilité est multipliée pour $\lambda_0 = 0,55$ après 10 secondes d'éclairage par λ. Remarquer les différences d'échelles de K pour $T = 80$ °K à gauche et $T = 20$ °K à droite. Les courbes sont confondues.

VII. **Stabilité d'une cellule réactivée.** — La réactivation partielle ou totale d'une cellule est un phénomène stable, ou plus exactement métastable. Nous avions signalé par ailleurs une lente décroissance de la sensibilité après réactivation. Cette particularité était sans doute à imputer à un abaissement de température de la cellule par suite d'un déséquilibre thermique entre cette dernière et le cryostat. En prenant la précaution d'opérer à une température parfaitement définie, la décroissance de sensibilité, si elle existe, est limitée à quelques pour cent en plusieurs heures. Par contre, on peut faire subir à une cellule du cycle un type suivant

(la sensibilité est mesurée en valeurs arbitraires pour la longueur d'onde $\lambda_0 = 0{,}55\ \mu$) :

a) Cellule à 273 °K	$\sigma = 140$
b) Cellule à 75 °K	$\sigma < 0{,}1$
c) Réactivation à 75 °K par 80 secondes d'éclairement $\lambda = 0{,}75\ \mu$ $W = 0{,}2\ \mu$W.......	$\sigma = 48$
d) Cellule à 64° K pendant une heure .	$\sigma = 13$
e) Cellule à 100 °K pendant 10 minutes.	$\sigma = 110$
f) Cellule à 75 °K	$\sigma = 47$

Au petit écart près entre 47 et 48 (et peut-être dû à une petite différence de température), ce cycle thermique n'a pas modifié la sensibilité de la cellule partiellement réactivée à 75 °K. Mais cet état n'est que métastable car il suffit d'une nouvelle réactivation, ou d'un réchauffement au-dessus de 175 °K, pour le modifier d'une façon irréversible.

Conclusions. — Nous avons mis en évidence un phénomène nouveau, la resensibilisation par rayonnement du proche infrarouge d'une photopile au sélénium préalablement refroidie. Nous avons étudié isolément chacun des nombreux paramètres qui conditionnent ce phénomène et avons abouti aux résultats suivants :

a) Le domaine d'efficacité des radiations resensibilisatrices s'étend de 0,6 μ à 0,9 μ, avec un maximum vers 0,77 μ.

b) La courbe de réactivation (sensibilité, temps) peut se ramener à une courbe type unique en choisissant sur les deux axes des unités dépendant des paramètres de façon convenable ; nous avons déterminé expérimentalement ces lois.

c) Une cellule non activée ou partiellement réactivée est dans un état métastable pouvant s'orienter vers un état semi-stable, cellule totalement réactivée, par envoi d'une dose suffisante d'infrarouge, ou vers un état stable, l'état normal, par réchauffement à la température ambiante.

L'explication théorique de cet ensemble de phénomènes est en cours d'étude. Elle repose essentiellement sur le mécanisme de piégeage que nous avons exposé par ailleurs, sur l'action de la température sur les probabilités de capture et sur le dépeuplement de certains niveaux d'énergie sous l'action d'un refroidissement.

Les mesures dans le domaine de 20 °K et 4 °K ont été réalisées à l'Institut Fourier à Grenoble, grâce à l'obligeance de M. Néel que je remercie tout particulièrement.

Manuscrit reçu le 22 octobre 1956.

BIBLIOGRAPHIE

[1] Blet (G.), L'effet photoélectrique des photopiles au sélénium aux basses températures. *C. R. Acad. Sc.*, 1955, **240**, 962-963.

[2] Blet (G.), Modification de la courbe de sensibilité spectrale des photopiles au sélénium sous l'action des variations de température. *C. R. Acad. Sc.*, 1956, **242**, 95-98.

[3] Blet (G.), De l'influence du proche infrarouge aux basses températures sur les propriétés des photopiles au sélénium. *C. R. Acad. Sc.*, 1956, **243**, 798-800.

PROPRIÉTÉS OPTIQUES DU PALLADIUM EN COUCHES MINCES

Par Damien MALÉ et Jean TROMPETTE,
Laboratoire de Physique Générale de la Faculté des Sciences de Marseille.

1. **Introduction.** — Dans une étude récente [1] l'un de nous a montré la nécessité de reprendre les déterminations des constantes optiques des métaux en couches minces faites jusqu'à ce jour. En effet, la plupart de ces travaux ont été effectués en déterminant l'épaisseur des lames par pesée, ce qui suppose que la masse spécifique du métal en couches minces est égale à celle du métal massif. Au moyen d'une nouvelle méthode [1, 2], permettant la détermination simultanée des constantes optiques et de l'épaisseur des couches à partir de mesures des facteurs de réflexion, de transmission et dans certains cas des changements de phase correspondants, nous avons déjà étudié l'or et l'argent [1, 3].

Le présent travail est consacré au palladium, métal peu altérable comme l'or et l'argent, et qui n'a fait l'objet jusqu'ici à notre connaissance que d'une étude de Pogany effectuée en 1916 [4]. Cet auteur préparait les couches par projection cathodique et il a déterminé seulement leurs propriétés optiques pour la radiation de longueur d'onde 6 000 Å. Il nous a donc semblé que la question était à reprendre.

2. **Préparation des lames.** — L'appareil de préparation des lames a déjà été décrit [1].

Le palladium était vaporisé en chauffant, sous un vide voisin de 10^{-5} mm de mercure, dans un creuset en tantale, des morceaux de fil de palladium de 0,2 mm de diamètre. Les vapeurs de palladium étaient condensées simultanément sur trois supports : un support légèrement prismatique en quartz, une lame à faces planes et parallèles en quartz et une lamelle couvre objet de microscope. Un disque, genre disque de Talbot, permettait d'obtenir simultanément 6 couches d'épaisseurs régulièrement croissantes sur les deux supports en quartz. L'épaisseur massique d des couches était obtenue en pesant la lamelle couvre-objet de microscope avant et après la projection et en supposant la masse spécifique du palladium en couche mince constante et égale à la masse spécifique du palladium massif : 12,0. La vitesse de projection était de l'ordre de 10 mμ par minute

3. **Mesures optiques.** — Toutes les mesures des propriétés optiques des couches ont été faites dans l'air, à la température du laboratoire, deux jours après la projection, pour 5 radiations différentes du visible et du proche ultraviolet. En utilisant le dépôt sur la lame prismatique de quartz nous avons mesuré, en incidence normale, le facteur de transmission T et les facteurs de réflexion, côté air R, côté support R', sur un spectrophotomètre à multiplicateur d'électrons déjà décrit [5]. Les facteurs de réflexion et de transmission d'une lame ont été comparés aux facteurs de réflexion et de transmission du quartz, faciles à calculer par les formules de Fresnel.

En utilisant, soit la lame prismatique, soit la lame à faces planes et parallèles, nous avons formé, avec un arc à vapeur de mercure comme source de lumière, des anneaux à l'infini que nous avons projeté, suivant un diamètre, sur la fente d'un spectrographe, et nous avons mesuré, suivant la méthode classique, utilisée par exemple par P. Rouard [6], quelques déphasages apparents par réflexion côté air φ_r et côté support $\varphi_{r'}$.

4. **Résultats.** — Les résultats des mesures des propriétés optiques ont permis de déterminer pour chaque couche, par la méthode déjà utilisée pour l'or et l'argent, les indices de réfraction ν et d'extinction $\varkappa$, l'épaisseur réelle d_1 ainsi que le coefficient de remplissage $q = d/d_1$. Pour la couche la plus mince, l'épaisseur réelle n'a pas pu être déterminée pour toutes les radiations utilisées ; dans ce cas, pour déterminer les indices, on a pris pour épaisseur réelle de la couche la valeur moyenne des épaisseurs calculées pour les autres radiations. Les résultats des mesures et des calculs sont résumés dans les tableaux ci-après.

5. **Conclusions.** — Les couches de palladium utilisées en transmission sont approximativement neutres (*fig.* 1). Les facteurs de réflexion, plus faibles que pour l'argent et l'or, varient peu en passant du visible à l'ultraviolet, alors que pour l'argent et l'or les variations sont très grandes. On retrouve, pour le facteur de réflexion dans le support, le minimum pratiquement nul pour une épaisseur voisine de 3 à 4 mμ. Ce minimum se produit sensiblement pour la même épaisseur quelle que soit la longueur d'onde de la radiation monochromatique utilisée. Le palladium se comporte donc comme le platine, l'aluminium, le béryllium, le zinc, le magnésium [7].

λ = 3 021 Å

d mμ	T	R	R'	φ_r gr	ν	κ	d_1 mμ	q
5,05	0,542	0,168	0,009	—	1,15	0,85	—	—
10,1	0,344	0,272	0,082	+ 14	1,3	1,5	20,0	0,50
15,2	0,222	0,340	0,167	+ 16	1,3	1,75	23,8	0,64
20,2	0,144	0,388	0,238	+ 34,4	1,25	1,75	28,8	0,70
25,3	0,096	0,423	0,286	+ 39,2	1,4	1,95	33,2	0,76
30,3	0,062	0,425	0,303	+ 38,0	1,5	2,0	36,2	0,84

λ = 3 404 Å

d mμ	T	R	R'	φ_r gr	ν	κ	d_1 mμ	q
5,05	0,531	0,169	0,011	—	1,2	1,0	—	—
10,1	0,333	0,276	0,089	+ 24,0	1,3	1,4	22,9	0,44
15,2	0,216	0,351	0,177	—	1,4	1,8	25,5	0,60
20,2	0,143	0,403	0,250	+ 22,4	1,4	2,0	28,5	0,71
25,3	0,095	0,431	0,294	+ 36	1,75	2,1	33,2	0,76
30,3	0,063	0,441	0,318	+ 38	1,5	2,1	37,4	0,81

λ = 4 358 Å

d mμ	T	R	R'	φ_r gr	$\varphi_{r'}$ gr	ν	κ	d_1 mμ	q
5,05	0,517	0,175	0,013	—	+ 198	1,4	1,1	19,4	0,26
10,1	0,317	0,286	0,098	—	—	1,4	1,7	23,7	0,42
15,2	0,207	0,367	0,191	+ 14,4	—	1,6	2,1	25,5	0,60
20,2	0,140	0,423	0,265	—	—	1,6	2,35	28,3	0,71
25,3	0,096	0,465	0,310	—	—	1,85	2,3	32,4	0,78
30,3	0,067	0,484	0,336	—	—	1,8	2,4	36,9	0,82

λ = 5 085 Å

d mμ	T	R	R'	φ_r gr	$\varphi_{r'}$ gr	ν	κ	d_1 mμ	q
5,05	0,512	0,176	0,013	—	+ 174	1,5	1,1	20,0	0,25
10,1	0,314	0,288	0,097	+ 12	—	1,65	1,8	22,7	0,44
15,2	0,207	0,375	0,192	+ 16	—	1,5	2,1	25,0	0,61
20,2	0,143	0,441	0,268	+ 18	—	1,75	2,55	28,4	0,71
25,3	0,101	0,486	0,320	+ 26	—	2,0	2,7	32,2	0,78
30,3	0,072	0,507	0,356	+ 28	—	1,9	2,7	36,8	0,82

λ = 5 461 Å

d mμ	T	R	R'	ν	κ	d_1 mμ	q
5,05	0,517	0,177	0,013	1,5	1,25	—	—
10,1	0,321	0,288	0,094	1,7	1,95	22,1	0,46
15,2	0,215	0,372	0,187	1,75	2,25	25,4	0,60
20,2	0,150	0,435	0,262	2,0	2,5	28,4	0,71
25,3	0,107	0,477	0,320	2,6	2,75	32,6	0,77
30,3	0,077	0,503	0,358	2,3	2,7	36,2	0,84

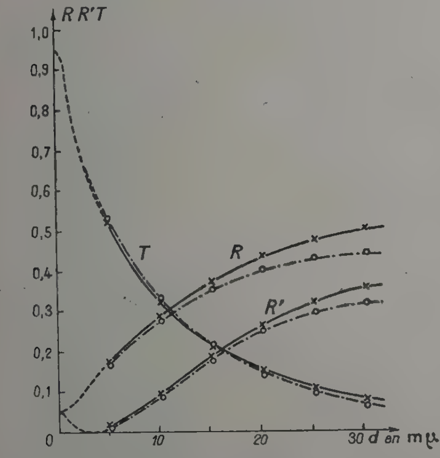


FIG. 1. — Courbes donnant les variations de R, R' et T, en fonction de l'épaisseur massique pour λ = 3 404 Å (traits interrompus) et pour λ = 5 461 Å (traits pleins).

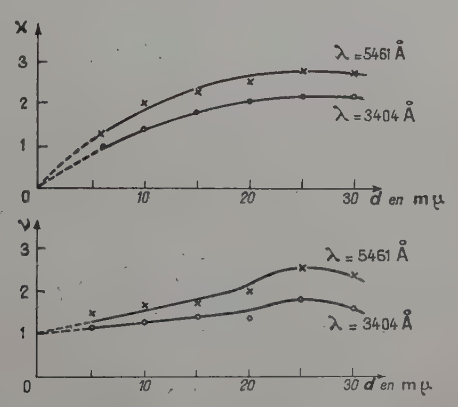


FIG. 2. — Courbes donnant les variations des indices de réfraction et d'extinction en fonction de l'épaisseur massique pour λ = 3 404 Å et λ = 5 461 Å.

L'indice de réfraction des lames est toujours supérieur à 1 (*fig.* 2), tandis que pour l'or et l'argent il est plus petit que 1 dans le visible. Au-dessus de 5 mμ le coefficient d'absorption $k = \varkappa/\nu$ varie peu et reste voisin de 1, tandis que pour l'or et surtout l'argent il varie beaucoup et prend, dans le visible, des valeurs très grandes.

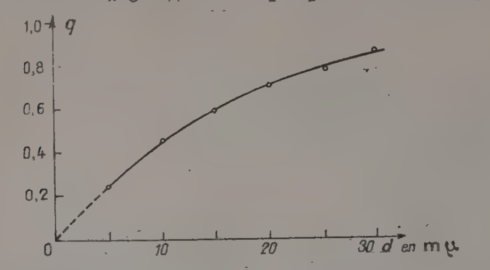


Fig. 3. — Courbe donnant la variation du coefficient de remplissage en fonction de l'épaisseur massique.

Le coefficient de remplissage tend nettement vers zéro lorsque l'épaisseur massique de la lame diminue (*fig.* 3). En comparant ces résultats avec ceux donnés pour l'or par Schopper [8], on voit que les coefficients de remplissage pour l'or sont plus élevés que pour le palladium pour les lames les plus minces.

Manuscrit reçu le 22 octobre 1956.

BIBLIOGRAPHIE

[1] Malé (D.), *Ann. Physique*, 1954, **9**, 10.
[2] Malé (D.), *C. R. Acad. Sc.*, 1950, **230**, 1349 ; 1952, **235**, 1630.
[3] Philip (R.) et Trompette (J.), *C. R. Acad. Sc.*, 1955, **241**, 627.
[4] Pogany (B.), *Ann. Physik*, 1916, **49**, 531.
[5] Trompette (J.), *J. Physique Rad.*, 1956, **17**, 124.
[6] Rouard (P.), *Ann. Physique*, 1937, **7**, 291.
[7] Rouard (P.) et Cotton (P.), *C. R. Acad. Sc.*, 1949, **228**, 1706.
[8] Schopper (H.), *Z. Physik*, 1951, **130**, 565.

REVUE DES LIVRES

Destouches (J. L.), **La quantification en théorie fonctionnelle des corpuscules.** (1 vol. de 141 p., 16 × 25, Paris, Gauthier-Villars, 1956.)

Nous avons ici la version formalisée de la théorie quantique causale. L'auteur postule que la réaction de l'ensemble de l'univers sur un corpuscule quelconque est si profonde que la représentation d'un corpuscule par un champ de forces intrinsèquement défini est encore trop approximative ; il admet en conséquence que le corpuscule doit être représenté par une ou plusieurs fonctions subissant, du fait de l'appareillage et du reste de l'univers, certaines conditions aux limites. D'où l'idée d'une « théorie fonctionnelle des corpuscules » à laquelle s'attachent, pour d'autres raisons, M. L. de Broglie et ses collaborateurs.

Reprenant deux articles récents au *Journal de Physique*, M. Destouches établit la possibilité de deux interprétations classiques différentes de la théorie : l'une en termes d'une équation de Jacobi (en mécanique analytique du point), l'autre en termes d'un fluide irrotationnel de Lagrange.

Le reste de l'ouvrage est consacré à un exposé hautement général et abstrait de la quantification, de la théorie des spectres de valeurs propres, des intégrales premières (sous forme non relativiste).

Un ultime chapitre, consacré aux méthodes d'approximation traite de deux approximations logiquement antérieures : newtonienne, et « quantique linéaire » (forme actuellement classique de la théorie quantique), ainsi que d'exemples auxquels on revient toujours : oscillateur linéaire, atome hydrogénoïde.

En terminant, l'auteur examine la connexion entre ses idées et celles de Cap et de Bopps.

O. Costa de Beauregard.

Gorckkof (G. V.), **Rayonnements gamma des corps radioactifs.** (1 vol. broché de 138 p., 14 × 21,5 cm, Édition Université de Léningrad, 1956, prix : r. 4,50. En langue russe.)

Cet excellent petit ouvrage répond à un besoin : Comment se propagent et sont absorbés les rayons gamma des corps radioactifs ? Après un examen des phénomènes différents auxquels ils sont soumis (diffusion, effet Compton, effet photoélectrique, création de paires) on examine les propriétés géométriques du rayonnement à partir de sources de diverses formes. Puis le 3e chapitre traite de la question la plus difficile : Le rôle des rayonnements secondaires produits après absorption, et leur influence dans la propagation. Les théories les plus difficiles, basées sur l'équation de Dirac ne sont pas traitées, mais les résultats en sont utilisés. De même, on donne le résultat des travaux récents, où on traite les secondaires par la méthode de la théorie cinétique des gaz. A la fin, tables numériques d'absorption dans divers métaux.

J. Winter.

SPECTRE DE FRÉQUENCES D'UNE CHAINE LINÉAIRE DÉSORDONNÉE

Par JACQUES DES CLOIZEAUX,
Laboratoire de Physique de l'École Normale Supérieure.

Dans une étude sur les chaînes linéaires désordonnées, F. Dyson a utilisé une méthode de moments. Une démonstration simplifiée de ses résultats a été publiée par R. Bellman. Des résultats identiques peuvent être obtenus par une méthode toute différente qui découle directement des équations différentielles de base grâce à l'introduction du concept de phase. Sa simplicité nous permet d'espérer que cette méthode pourra également s'appliquer à la résolution d'autres problèmes du même ordre.

Dyson part du système d'équations différentielles suivant :

$$du_j/d\tau = \lambda_j^{1/2} u_{j+1} - \lambda_{j-1}^{1/2} u_{j-1} \quad (1)$$

l'indice j variant de 0 à N. Le nombre N est supposé très grand. Les variables u_j représentent des amplitudes, les paramètres λ_j sont des quantités aléatoires positives obéissant à une loi de probabilité connue stationnaire par rapport à l'indice j. Posons alors

$$u_j = i^j e^{i\omega\tau} V_j \quad (\tau \text{ représente le temps}).$$

Le même système d'équations est transformé :

$$\omega V_j = \lambda_j^{1/2} V_{j+1} + \lambda_{j-1}^{1/2} V_{j-1}. \quad (2)$$

Le problème consiste à calculer le spectre des fréquences ω. Les amplitudes doivent satisfaire à certaines conditions aux limites, à chaque extrémité de la chaîne, mais le spectre des fréquences ne dépend pas de la nature exacte de ces conditions. Les amplitudes V_j pourront donc toujours être supposées réelles. Nous remarquons de plus que le spectre est symétrique par rapport à l'origine. En effet, à tout système de solutions V_j associé à la fréquence ω, correspond un système de solutions $V'_j = (-1)^j V_j$ associé à la fréquence $\omega' = -\omega$. Donnons alors à ω une valeur quelconque positive et imposons certaines conditions aux limites, à l'une des extrémités de la chaîne ($j = 0$). Effectuons alors le changement de variable suivant :

$$(V_{j+1}/V_j)\, \lambda_j = -\omega t_j$$

Les équations (2) conduisent à une relation de récurrence entre les t_j

$$t_j = -\lambda_j/\omega^2(1 + t_{j+1}) \quad (3)$$

et nous pourrons de plus imposer la condition $t_0 = 0$.

Les conditions aux limites à l'autre extrémité de la chaîne seront choisies de telle façon que les valeurs propres de ω soient solutions de l'équation $t_N(\omega) = 0$. (4)

Introduisons alors le concept de phase [3]. Nous définirons en un point de la chaîne les phases $\varphi_j(\omega)$ par les conditions suivantes

$$a) \quad \operatorname{tg} \varphi_j(\omega) = -\omega t_j = \theta_j. \quad (5)$$

La relation de récurrence (3) s'écrit alors

$$b) \quad \operatorname{tg} \varphi_{j+1} = \omega - (\lambda_j/\operatorname{tg} \varphi_j) \quad (6)$$

$$\varphi_{j+1} - \varphi_j = \operatorname{Arc\,tg} \theta_{j+1} - \operatorname{Arc\,tg} \theta_j \quad \text{si } \theta_{j+1} > \omega$$

$$\varphi_{j+1} - \varphi_j = \operatorname{Arc\,tg} \theta_{j+1} - \operatorname{Arc\,tg} \theta_j + \pi \quad \text{si } \theta_{j+1} < \omega.$$

Nous compléterons la définition de $\varphi_j(\omega)$ en posant $\varphi_0(0) = 0$. Soit alors une chaîne linéaire aléatoire donnée : la fonction $\varphi_j(\omega)$ associée à cette chaîne est une fonction continue et croissante par rapport à ω.

La continuité découle des équations a) et b). En effet, par la relation (6) φ_{j+1} peut être considéré comme une fonction de ω et de φ_j et la continuité de $\varphi_j(\omega)$ s'en déduit par itération. La croissance de la fonction $\varphi_j(\omega)$ se prouve par récurrence en différenciant la relation (6)

$$\frac{1}{\cos^2 \varphi_{j+1}} \frac{d\varphi_{j+1}}{d\omega} = 1 + \frac{\lambda_j}{\sin^2 \varphi_j} \frac{d\varphi_j}{d\omega}.$$

La condition $d\varphi_j/d\omega \geqslant 0$ entraîne en effet l'inégalité $d\varphi_{j+1}/d\omega > 0$. Les fréquences propres du système seront données par l'équation $\varphi_N(\omega) = K\pi$ (K entier).

Le nombre de fréquences propres de la chaîne comprises entre ω et ω' ($\omega' > \omega$) est donc égal à la valeur entière de l'expression $[\varphi_N(\omega') - \varphi_N(\omega)]/\pi$ à une unité près. Définissons alors l'avance moyenne de phase par élément de chaîne soit $\varphi(\omega)$

$$\varphi(\omega) = \operatorname{Lim} \overline{(\varphi_N(\omega)/N)} \quad N \to \infty. \quad (7)$$

La valeur moyenne est prise pour toutes les chaînes possibles. Si $\nu(\omega)$ est la densité de niveaux par élément de la chaîne, nous pourrons écrire

$$\nu(\omega) = (1/\pi)\, (d\varphi(\omega)/d\omega). \quad (8)$$

Cherchons donc à exprimer $\varphi(\omega)$

$$\varphi(\omega) = \overline{\varphi_{j+1}(\omega) - \varphi_j(\omega)}. \quad (9)$$

Soit alors $G_\omega(\theta)$ la loi de probabilité à laquelle obéissent les θ_j ; θ_{j+1} satisfait à la même loi de probabilité que θ_j par conséquent :

$$\overline{\text{Arc tg } \theta_{j+1}} = \overline{\text{Arc tg } \theta_j}.$$

Les conditions *b*) permettent alors de calculer l'avance de phase $\varphi(\omega)$

$$\varphi(\omega) = \overline{\varphi_{j+1}(\omega) - \varphi_j(\omega)} = \pi \int_{-\infty}^{\omega} G_\omega(\theta)\, d\theta.$$

Nous remarquons que

$$\varphi(-\infty) = 0 \qquad \varphi(+\infty) = \pi \qquad \varphi(0) = \pi/2.$$

Par conséquent :

$$\int_{-\infty}^{\omega} \nu(\alpha)\, d\alpha = \int_{-\infty}^{\omega} G_\omega(\theta)\, d\theta. \tag{10}$$

Nous pourrons aussi écrire :

$$\int_{-\infty}^{\omega} \nu(\alpha)\, d\alpha = Re\left[(i\pi)^{-1} \int_{-\infty}^{+\infty} G_\omega(\theta) \operatorname{Log}\left(1 + \frac{\theta}{\omega} + i0\right) d\theta\right]. \tag{11}$$

Posons alors :

$$M(\omega^2) = \int_{-\infty}^{\omega} \nu(\alpha)\, d\alpha = 1 - 2\int_{-\infty}^{\omega} \nu(\alpha)\, d\alpha.$$

Nous en tirons

$$1 - M(\omega^2) = 2Re\left[(i\pi)^{-1} \int_{-\infty}^{+\infty} G_{\omega+i0}(\theta) \operatorname{Log}\left(1 - \frac{\theta}{\omega + i0}\right) d\theta\right]. \tag{12}$$

Soit alors $F(t)$ la loi de probabilité qui régit la répartition des t_j. De la relation (5) $\theta_j = -\omega t_j$ nous tirons

$$1 - M(\omega^2) = 2Re\left[(i\pi)^{-1} \int_{-\infty}^{+\infty} F_{\omega+i0}(t) \operatorname{Log}(1 + t)dt\right]$$

ou encore

$$1 - M(\omega^2) = Re\left[(i\pi)^{-1}\, \Omega\left(-\frac{1}{\omega^2} + i0\right)\right] \tag{13}$$

avec

$$\Omega\left(-\frac{1}{(\omega + i0)^2}\right) = 2\int_{-\infty}^{+\infty} F_{\omega+i0}(t) \operatorname{Log}(1 + t)\, dt. \tag{14}$$

Posons $x = -\dfrac{1}{\omega^2}$.

Nous sommes donc amenés à calculer la fonction $\Omega(x)$

$$\Omega(x) = 2\int_{-\infty}^{+\infty} F(t) \operatorname{Log}(1 + t)\, dt \tag{15}$$

la loi de probabilité $F(t)$ découlant de la loi de récurrence tirée de la formule (3)

$$t_j = x\lambda_j/(1 + t_{j+1}). \tag{16}$$

Nous retrouvons ainsi les résultats établis par Dyson. Dans le cas où $x > 0$ la fonction $F(t)$ se calcule plus facilement, si l'on se donne une loi de probabilité convenable pour les λ_j. La fonction $M(\omega^2)$ est alors obtenue à partir du prolongement analytique de $\Omega(x)$.

Manuscrit reçu le 5 novembre 1956.

BIBLIOGRAPHIE

[1] Dyson (F. J.), *Phys. Rev.*, 1953, **92**, 1331.
[2] Bellman (R.), *Phys. Rev.*, 1956, **101**, 19.
[3] La notion d'avance de phase a déjà été utilisée dans un cas analogue, par H. James et A. Ginzbarg, *J. Phys. Chem.*, 1953, **57**, 840.

EXPOSÉ ET MISE AU POINT BIBLIOGRAPHIQUE

LA DIFFUSION ÉLASTIQUE DES ÉLECTRONS

Par R. ZOUCKERMANN,
Faculté des Sciences de Poitiers.

I. **Formule de Rutherford et approximation ondulatoire de Born.** — 1-1. THÉORIE CLASSIQUE DE RUTHERFORD. — Lord Rutherford donna en 1911 la première théorie de la diffusion élastique des particules chargées (électrons, particules α) en considérant la déviation comme due au champ coulombien d'un seul noyau. Pour un faisceau incident d'un cm² de section, transportant un électron par seconde, on trouve que, pour chaque atome diffusant, le nombre d'électrons diffusés par un noyau, entre 2θ et $2(\theta + d\theta)$, dans l'angle solide $d\omega$, est $\nu\, d\omega$, avec :

$$\nu = \left(\frac{Ze^2}{2mv^2 \sin^2 \theta}\right)^2. \tag{1}$$

On sait que ce travail classique de Rutherford a marqué un tournant important de la Physique moderne, et donné lieu à des vérifications expérimentales excellentes.

Pour des angles très petits, c'est-à-dire lorsque les trajectoires passent loin du noyau, on obtient $\nu = \infty$. Mais la formule n'est pas valable dans ce cas, car elle a été établie en ne tenant compte que de l'action d'un seul noyau. Dans le cas de très grands angles ($\sim 180°$), qui correspondent à un choc quasi central, au cours duquel le diffusé et le diffusant parviennent à de très petites distances — surtout pour les corps légers — on constate aussi des divergences entre l'expérience et la théorie. On prévoit également des écarts importants lorsque la particule diffusée et la particule diffusante sont identiques.

1-2. L'APPROXIMATION DE BORN EN MÉCANIQUE ONDULATOIRE. — La mécanique ondulatoire est nécessaire pour traiter le problème de la diffusion, mais une solution rigoureuse serait d'une telle complication mathématique qu'on a dû se borner à des approximations.

Considérons l'onde incidente :

$$\psi = u_{(x,y,z)}\, e^{2\pi i \frac{E}{h} t}$$

et l'équation d'onde :

$$\Delta u + \frac{8\pi^2 m}{h^2}(E - V)u = 0 \tag{2}$$

V, énergie potentielle en un point (x, y, z) du diffuseur (*fig.* 1), sera dans le cas d'un électron égale à $-e\Phi$, Φ étant le potentiel électrostatique. A l'extérieur du corps diffusant, on a $\Phi = 0$ et l'onde incidente satisfait à l'équation (¹) :

$$\Delta u_i + \frac{8\pi^2 mE}{h^2} u_i = 0. \tag{3}$$

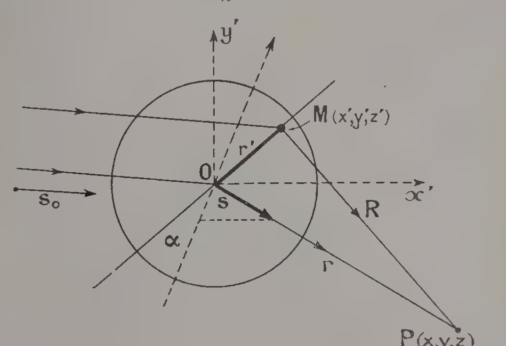


FIG. 1.

En prenant la direction incidente comme axe des x, nous aurons :

$$u_i = u_0\, e^{-2\pi i k x}$$

d'où :

$$k = \lambda^{-1} = \frac{\sqrt{2mE}}{h} = \frac{mv}{h}.$$

Écrivons alors l'équation (2) sous la forme :

$$\Delta u + 4\pi^2 k^2 u = \frac{8\pi^2 m}{h^2} V u. \tag{4}$$

Dans l'approximation de Born, on suppose petite l'interaction entre la particule diffusée et le champ de l'atome : ni l'énergie de la particule diffusée, ni le potentiel à l'intérieur de l'atome diffuseur ne sont modifiés au cours du processus de diffusion. C'est ce qu'on peut admettre pour des valeurs de l'énergie E de la particule très supérieures à V. Nous obtiendrons donc une première approximation en prenant pour u, dans le second membre de (4), la valeur de u_i :

$$\Delta u + 4\pi^2 k^2 u = \frac{8\pi^2 m}{h^2} V u_0\, e^{-2\pi i k x}. \tag{5}$$

(¹) Aucune confusion n'étant possible, i figure à la fois comme symbole imaginaire et comme indice de l'onde incidente.

La solution sans second membre étant :

$$u_i = u_0\, e^{-2\pi i k x},$$

la solution complète sera :

$$u_{(x,y,z)} = u_0\, e^{-2\pi i k x} - \frac{u_0}{4\pi}\int \frac{1}{R} e^{-2\pi i k R} \frac{8\pi^2 m}{h^2} V_{(x',y',z')}\, e^{-2\pi i k x'}\, dx'\, dy'\, dz', \quad (6)$$

où R représente la distance du point $P(x, y, z)$ à l'élément diffusant $M(dx', dy', dz')$. Le second terme, qui à grande distance ne dépend que de la direction, représente évidemment l'onde diffusée, le premier terme représentant l'onde incidente.

1-3. Formule de Mott. — A grande distance, nous pouvons remplacer R par r dans le dénominateur. Dans le numérateur, nous poserons :

$$\mathbf{R} = \mathbf{r} - \mathbf{r'} \cdot \mathbf{s} \quad \text{et} \quad \mathbf{x} = \mathbf{r} \cdot \mathbf{s}_0 \quad (7)$$

$\mathbf{s}$ et $\mathbf{s}_0$ étant les vecteurs unitaires portés par les directions incidentes et diffusées, faisant entre elles l'angle 2θ (*fig.* 2). Nous obtenons ainsi pour l'onde diffusée :

$$u_d = -\frac{1}{r}\frac{u_0}{4\pi}\frac{8\pi^2 m}{h^2}\, e^{-2\pi i k r}\int V_{(x',y',z')}\, e^{-2\pi i k r'(s_0 - s)}\, dx'\, dy'\, dz'. \quad (8)$$

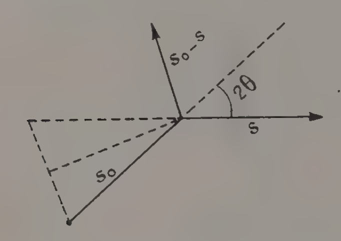


Fig. 2.

Notons que $r'(s_0 - s)$ n'est autre chose que la différence de marche entre rayon incident et rayon diffusé. Tout se passe donc comme si chaque élément de volume du diffuseur émettait une onde d'amplitude proportionnelle à $2\pi m V/h^2$. Pour les rayons X, Thomson avait montré que chaque élément de charge $\rho e\, d\tau$ (ρ nombre par cm³ de particules de charge e) émet une fraction $\frac{1}{R}\frac{e^2}{mc^2}\, d\tau$ de l'amplitude incidente, avec une phase, par rapport à 0, égale à $2\pi k r'(s_0 - s)$.

Cette analogie remarquable entre la théorie mécanique d'un phénomène corpusculaire et la théorie ondulatoire d'un phénomène optique conduit à étudier parallèlement la diffusion des rayons X et celle des électrons.

II. Diffusion des rayons X et des électrons par un atome unique. — 2-1. Représentation approchée de l'atome (voir aussi 2-4). — Pour un atome assez lourd, nous pouvons substituer à la distribution réelle des charges une répartition continue, que nous supposerons sphérique (V et ρ ne dépendent que de r'). Les couches internes de l'atome et la couche S ont effectivement la symétrie sphérique. Pour l'ensemble d'un atome, l'hypothèse de la symétrie sphérique revient à considérer en même temps toutes les orientations qu'il peut prendre. Nous repérons l'élément M du diffuseur (*fig.* 1) par des coordonnées polaires, à partir de la direction $s_0 - s$ comme axe (bissectrice des directions incidente et diffusée, *fig.* 2). Comme $|s_0 - s| = 2 \sin\theta$, et en appelant α l'angle de OM avec l'axe polaire, nous aurons pour la phase :

$$\varphi = 4\pi k r' \sin\theta \cos\alpha = \mu r' \cos\alpha \quad (9)$$

en posant :

$$\mu = 4\pi k \sin\theta. \quad (9\ bis)$$

2-2. Diffusion des rayons X. — L'amplitude diffusée sera :

$$A = \frac{1}{r}\frac{e^2}{mc^2}\int \rho(r') \cos(\mu r' \cos\alpha)\, d\tau$$

ou, en prenant pour élément de volume $d\tau$ la couronne engendrée par l'élément de surface $r'\, dr'\, d\alpha$, soit $d\tau = 2\pi r'^2 \sin\alpha\, dr'\, d\alpha$:

$$A = \frac{4\pi}{r}\frac{e^2}{mc^2}\int_0^\infty \rho r'^2 \frac{\sin\mu r'}{\mu r'}\, dr' \quad (10)$$

$$= \frac{1}{r}\frac{e^2}{mc^2} f_X,$$

en posant :

$$f_X = \int_0^\infty 4\pi r'^2 \rho \frac{\sin\mu r'}{\mu r'}\, dr'. \quad (10\ bis)$$

Or, $\frac{e^2}{mc^2}$ représente le rayonnement que diffuserait un électron isolé qui recevrait l'unité de rayonnement incident. L'intensité totale diffusée est donc l'intensité incidente multipliée par f_X^2 ; f_X est le facteur de forme atomique pour les rayons X.

Lorsque $\theta = 0$, ce facteur prend la valeur :

$$\int_0^\infty 4\pi\rho r'^2\, dr' = z = \text{nombre atomique},$$

mais il diminue rapidement quand θ augmente à cause des interférences entre les ondes élémentaires.

Remarquons d'autre part que la diffusion ne dépend ni de λ ni de $\sin\theta$ séparément, mais du facteur $\sin\theta/\lambda$, qui figure dans μ (9 *bis*).

Une théorie de Hartree permet de calculer f_X pour les atomes légers. Pour les atomes lourds (par exemple à partir de l'argon, $Z = 18$) on utilise la théorie de Thomas-Fermi. On trouve que la fonction $\varphi_X = f_X/Z$ est alors une fonction universelle, valable pour tous les atomes ayant une valeur de Z suffisante, à condition de prendre pour variable :

$$u = \frac{1{,}88 \times 10^{-8}}{Z^{1/3}}\frac{\sin\theta}{\lambda}.$$

La figure 3 représente, en trait plein, la fonction φ_X.

2-3. Diffusion des électrons. — Appliquons à l'équation (8) la méthode d'intégration qui nous a conduit à l'équation (10). On obtient évidemment :

$$u_d = \frac{u_0}{\mu r}\frac{8\pi^2 me}{h^2}\, e^{-2\pi i k r}\int_0^\infty \Phi r' \sin\mu r'\, dr'. \quad (11)$$

Comme c'est la répartition des charges et non celle du potentiel qui nous est accessible, on peut utiliser la relation

$$\Delta\Phi = -4\pi\rho e = \frac{1}{r}\frac{\partial^2}{\partial r^2}(\Phi r).$$

En intégrant successivement deux fois, par partie, l'intégrale de l'équation (11), on a alors :

$$\mathcal{J} = \int_0^\infty \Phi r' \sin \mu r' \, dr'$$

$$= -\frac{1}{\mu}\left[|\Phi r' \cos \mu r'|_0^\infty - \int_0^\infty \frac{d}{dr'}(\Phi r') \cos \mu r' \, dr'\right].$$

A l'infini, le potentiel est nul et, près du noyau, $\Phi r'$ tend vers Ze. Donc :

$$\mathcal{J} = \frac{Ze}{\mu} + \frac{1}{\mu^2}\left[\left|\frac{d}{dr'}(\Phi r') \sin \mu r'\right|_0^\infty - \int_0^\infty \frac{d^2}{dr'^2}(\Phi r') \sin \mu r' \, dr'\right]$$

$$= \frac{Ze}{\mu} - \frac{1}{\mu^2}\int_0^\infty 4\pi\rho e \, r' \sin \mu r' \, dr'$$

$$= \frac{e}{\mu}(Z - f_X).$$

D'où pour u_d, en valeur absolue (la phase n'important pas) :

$$u_d = \frac{u_0}{r}\frac{8\pi^2 m e^2}{h^2 \mu^2}(Z - f_X) = \frac{u_0}{r} f_e \qquad (12)$$

en posant :

$$f_e = \frac{8\pi^2 me^2}{h^2 \mu^2}(Z - f_X). \qquad (12\ bis)$$

Si on remplace μ par sa valeur en fonction de $k = \lambda^{-1} = mv/h$, on obtient :

$$u_d = \frac{u_0}{r}\frac{(Z - f_X)e^2}{2mv^2 \sin^2 \theta}, \qquad (13)$$

formule qui ne diffère de celle de Rutherford (1) que par la substitution de $Z - f_X$ à Z.

Comme f_X est négligeable lorsque θ n'est pas très petit (2-2), le facteur $Z - f_X$ tend vers Z pour les grands angles : on retrouve alors la formule de Rutherford.

2-4. Comparaison des f_X et f_e. — A partir de (12), évaluons f_e en fonction de u :

$$f_e = \frac{me^2}{2h^2 u^2}(1{,}88)^2 Z^{1/3}(1 - \varphi_X) 10^{-16}$$

$$\simeq 84 \times 10^{-10} Z^{1/3} \frac{1 - \varphi_x}{u^2}. \qquad (14)$$

Sur la figure 3 est représentée, en pointillé, la fonction

$$\varphi_e = \frac{f_e}{84 \times 10^{-10} Z^{1/3}} = \frac{1 - \varphi_x}{u^2}. \qquad (15)$$

Cette fonction est, comme φ_X, la même pour tous les atomes admettant l'approximation de Thomas-Fermi. On voit facilement que la majorité des électrons est diffusée avec de faibles déviations (quelques degrés) et que leur diffusion est beaucoup plus intense que celle des rayons X.

2-5. Approximation. — Dans ce qui précède, nous avons supposé que l'amplitude et la phase de l'onde ne sont pas beaucoup modifiées par le champ de

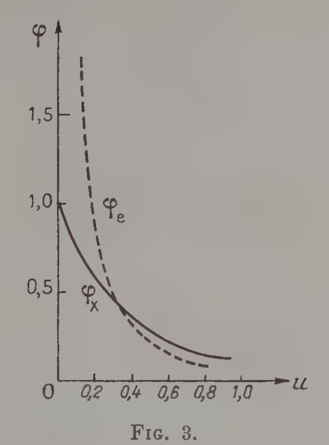


Fig. 3.

l'atome. Or, d'après (13), l'amplitude à l'intérieur de l'atome, en prenant u_0 comme unité, est de l'ordre de $Ze^2/4R_a e$ (Φ : 300), soit :

$$\frac{75\ Ze}{\Phi\ R_a} \simeq \frac{3.6\ Z}{\Phi R_a 10^8} \qquad (R_a \text{ rayon de l'atome}).$$

Pour l'argent, $Z = 47$ et $R_a 10^8 = 1{,}5$: on trouve $\sim 110/\Phi$.

L'approximation est donc certainement acceptable dans les cas usuels de diffraction électronique ($\Phi > 10\,000$ volts).

b) On ne tient pas compte de la polarisation de l'atome par l'électron incident, qui est d'autant plus grande que l'électron est plus lent. Mott admet qu'il suffit que l'énergie de l'électron soit notablement plus grande que l'énergie du niveau K de l'atome.

III. Application de la théorie de Dirac à la diffusion des électrons.

— 3-1. Utilité d'une correction relativiste. — Pour calculer λ par la formule de de Broglie, $\lambda = h/mv$, il est nécessaire d'utiliser la dynamique relativiste pour être d'accord avec l'expérience : la correction atteint 3 % à 60 000 volts et 5 % à 100 000 volts. On pourrait donc espérer une meilleure approximation dans le calcul de la diffusion des électrons en employant, au lieu de l'équation de Schrödinger, l'équation relativiste de Dirac. Nous donnerons un résumé du calcul de Mott.

3-2. Équation de Dirac. — L'équation de Dirac est linéaire (²). Lorsqu'il n'y a pas de champ, elle a la forme :

$$\left(\Sigma_1^4 \gamma_\alpha \frac{\partial}{\partial x_\alpha} + \frac{2\pi\, mc}{h}\right)\Psi = 0. \qquad (16)$$

Les γ_α sont des « nombres hypercomplexes » qui jouent, en le généralisant, le rôle qu'a joué i (imaginaire dans la théorie basée sur l'équation de Schrödinger. ils sont définis par :

$$\gamma_\alpha\gamma_\beta + \gamma_\beta\gamma_\alpha = 2\,\delta_\beta^\alpha \quad \text{avec} \quad \delta_\beta^\alpha = \begin{cases} 1 \text{ si } \alpha = \beta \\ 0 \text{ si } \alpha \neq \beta. \end{cases} \qquad (17)$$

On a donc

$$\gamma_\alpha^2 = 1 \quad \text{et} \quad \gamma_\alpha \gamma_\beta = -\gamma_\beta \gamma_\alpha.$$

Leur multiplication n'est pas commutative.

Lorsqu'il il y a un champ, l'équation de Dirac devient [2] :

$$\left[\Sigma_1^4 \gamma_\alpha \left(\frac{\partial}{\partial x_\alpha} - \frac{2\pi ie}{ch} \Phi_\alpha\right) + \frac{2\pi me}{h}\right] \Psi = 0. \qquad (18)$$

En posant

$$\Psi = u_{(x_1,x_2,x_3)} e^{2\pi i \frac{E}{h} t},$$

et en se bornant à un champ purement électrostatique ($\mathcal{A} = 0$), on trouve :

$$\Sigma_1^3 \gamma_\alpha \frac{\partial u}{\partial x_\alpha} + \frac{2\pi}{he} [\gamma_4(E + e\Phi) + mc^2] u = 0. \qquad (19)$$

Comme dans le paragraphe précédent, nous nous bornerons au cas où Φ est beaucoup plus petit que E : l'onde, à l'intérieur de l'atome, conserve son amplitude et sa phase, sans distorsion. Désignons par u_i l'onde incidente, par u_d l'onde diffractée. Nous pourrons écrire l'équation (19) sous la forme :

$$\Sigma_1^3 \gamma_\alpha \frac{\partial u_d}{\partial x_\alpha} + \frac{2\pi}{he} (\gamma_4 E + mc^2) u_d = -\frac{2\pi}{hc} e \Phi_4 u_i. \qquad (20)$$

(Cf. les équations (2), (3) et (4)) de la théorie non relativiste).

Si maintenant nous multiplions cette équation à gauche [3] par l'opérateur $\Sigma_1^3 \gamma^\alpha \frac{\partial}{\partial x_\alpha} + \frac{2\pi}{he}(\gamma_4 E - mc^2)$, en utilisant les relations (17), nous obtiendrons :

$$\Delta u_d + \left(\frac{2\pi}{hc}\right)^2 (E^2 - m^2 c^4) u_d$$
$$= \frac{-2\pi e}{hc} \left[\Sigma_1^3 \gamma_\alpha \frac{\partial}{\partial x_\alpha} + \frac{2\pi}{hc} (\gamma_4 E - mc^2)\right] \Phi \gamma_4 u_i. \qquad (21)$$

On saisira l'analogie avec l'équation (5) en remarquant que dans le premier membre, le facteur de u_d est égal à $\left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2 = 4\pi^2 k^2$ [4].

L'intégration de cette dernière équation est très analogue, quoique plus laborieuse, que celle de (5). On obtient finalement pour l'intensité diffusée :

$$\mathcal{J}_d = |u_d|^2 = \left[\frac{me^2(Z - f_X)}{2h^2 k^2 \sin^2 \theta}\right]^2 \left[1 + \left(\frac{hk}{mc} \cos \theta\right)^2\right] \frac{I_0}{r^2} \qquad (22)$$

formule qui ne diffère de la formule (13) que par le terme en $\cos^2 \theta$.

[2] Rappelons que $x_4 = ict$, $\Phi_4 = i\Phi$, $\Phi_1^3 = \mathcal{A}_1^3$; $\mathcal{A}$ = potentiel vecteur. E peut être regardé comme un opérateur égal à $-\frac{h}{2\pi i}\frac{\partial}{\partial t} = \frac{hc}{2\pi}\frac{\partial}{\partial x_4}$.

[3] A cause des relations (2), la multiplication n'est pas commutative.

[4] De $E = \frac{mc^2}{\sqrt{1-\beta^2}}$, on tire $\beta = \frac{\sqrt{E^2 - m_0^2 c^4}}{E}$, d'où $\lambda = \frac{1}{k} = \frac{h}{mv} = \frac{hc}{\sqrt{E^2 - m^2c^4}}$.

3-3. Effet de la correction relativiste. — Il est commode d'introduire l'énergie cinétique $T = E - mc^2$, ce qui donne

$$\mathcal{J}_d = \left[\frac{e^2(Z - f_X)}{2T\left(\frac{T}{mc^2} + 2\right)\sin^2\theta}\right]^2 \left[1 + \frac{T}{mc^2}\left(2 + \frac{T}{mc^2}\right)\cos^2\theta\right] \frac{I_0}{r^2}. \qquad (23)$$

Lorsque T est négligeable devant mc^2, on retrouve la formule non relativiste

$$\mathcal{J}_d = \left[\frac{e^2(Z - f_X)}{4T \sin^2\theta}\right]^2 \frac{I_0}{r^2}.$$

Dans les cas usuels de diffraction électronique, on peut toujours poser $\cos^2\theta = 1$. Le tableau I donne, pour différentes valeurs de T (en électron-volts), les valeurs des facteurs :

$$a = \frac{1}{2T\left(\frac{T}{mc^2} + 2\right)}, \qquad b = 1 + \frac{T}{mc^2}\left(\frac{T}{mc^2} + 2\right),$$

$$C = ab \qquad d = \frac{1}{4T}.$$

On peut ainsi comparer, les formules relativiste et non relativiste (13) et (23) (facteurs c et d) et l'effet des deux facteurs a et b.

TABLEAU I

E électron-volts	a	b	$c = ab$	d
10^4	154 10^5	1,04	160 10^5	156 10^5
5.10^4	30 10^5	1,21	36 10^5	31 10^5
10^5	14 10^5	1,44	20 10^5	15,6 10^5
5.10^5	2 10^5	4	8,4 10^5	3,1 10^5
10^6	0,8 10^5	9	7,2 10^5	1,56 10^5

Jusqu'à 50 000 volts, on voit que les deux formules donnent pratiquement le même résultat, pour de petits angles.

C. T. Chase et R. T. Cox [5] ont effectué des mesures soignées de diffusion d'électrons de 50 000 volts en fonction de l'angle de diffusion et pour de grandes valeurs de cet angle (30° à 120°). Les diffuseurs utilisés étaient des feuilles minces polycristallines d'aluminium

Ils éliminaient par un champ antagoniste les électrons diffusés non élastiquement. Si on calcule l'expression

$$R = \frac{4 \sin^4\theta \, \mathcal{J}_d(\theta)}{\mathcal{J}_d\left(\frac{\pi}{4}\right)},$$

on trouve, en utilisant les relations $E = mc^2/\sqrt{1-\beta^2}$ et $T = E - mc^2$:

$$R = \frac{1 - \beta^2 \sin^2\theta}{1 - \beta^2/2},$$

[5] Chase (C. T.) and Cox (R. T.), *Phys. Rev.*, 1940, **58**, 243.

expression d'où $(Z - f_X)$ est éliminé. La figure 4 montre comment les résultats expérimentaux se placent par rapport à la courbe qui représente la formule (10) La formule non relativiste donnerait $R = 1$, quel que soit θ.

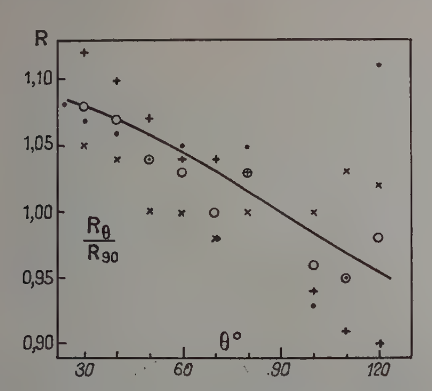


FIG. 4. — Expériences de C. T. Chase et R. T. Cox.
Courbe : Théorie de Mott.
Points : feuille n° 1.
Croix × : feuille n° 2.
Croix + : feuille n° 3.
○ : Moyenne.

IV. **Conclusion.** — On voit que la formule primitive de Rutherford représente assez bien les résultats d'expérience pour les électrons ne dépassant pas 100 KeV, qui sont utilisés en diffraction et en microscopie électronique. Pour des accélérations supérieures à 100 keV, par exemple de l'ordre du MeV, la précision des mesures est insuffisante [6]. La vérification expérimentale de la théorie relativiste de Mott pour de grands angles montre cependant qu'il faut introduire une correction relativiste dès qu'on sort des conditions habituelles.

Beaucoup d'électrons peuvent subir une diffusion non élastique, par chocs avec les électrons du cortège électronique des atomes diffusants (ionisation ou excitation). Il est possible expérimentalement de les éliminer.

Enfin, la structure du noyau peut intervenir déjà pour des énergies de l'ordre du MeV.

[6] Voir *Thèse* PAPOULAR.

Manuscrit reçu le 24 octobre 1956.

BIBLIOGRAPHIE

I. Les ouvrages suivants sont fondamentaux et contiennent une bibliographie substantielle :
a) VON LAUE (M.), Materiewellen und ihre Interferenzen, Leipzig, 1944.
b) FUIES (E.), Beugungsversuche mit Materiewellen. Einfuhrung in die Quantenmechamik. *Handbuch der Experiment. Phys.* Ergänzungsb. Bd2.
c) MOTT et MASSEY, Atomic Collisions, Oxford, 1949.
II. Approximation de Born :
BORN (M.), *Z. Physik*, 1926, **37**, 863 ; 1926, **38**, 803.
MOTT (N. F.), *Proc. Roy. Soc.*, London, 1930, **127**, 658.
HENNEBERG, *Z. Physik*, 1933, **83**, 555.
III. Diffusion des rayons X :
1) GUINIER (A.), Théorie et technique de la radiocristallographie, Dunod, 1956.
2) VON LAUE (M.), Röntgenstrahlinterferenzen, Leipzig, 1941.
IV. Champ intra-atomique :
Quantenchemie, par H. Hellmann, Leipzig, 1937.
JAMES (R. W.) et BRINDLEY (J.), *Z. Krist.*, 1931, **78** 470.
HARTREE, *Reports on Progress in Physics*, 1946-1947, **11**, 113.
BEWILOGUA (L.), *Physik. Z.* S. 32, 116, 1931.
V. Théorie relativiste de la diffusion :
MOTT (N. F.), *Proc. Roy. Soc.* London, 1929, **124**, 425.
Pour les vérifications expérimentales et les applications à la diffraction, voir :
THOMSON (G. P.), Theory and practice of electron diffraction, London, 1939.
PINSKER, Electron diffraction, London, 1953.
T. PAPOULAR, Accélérateur linéaire avec rassemblement préliminaire des électrons. Application à la diffraction électroniques entre 0,5 et 1 MeV, *Ann. Physique*, 1955, **1**, 914.
PETTUS, BLOSSER, HEREFORD, Diffusion d'électrons de 200 KV par l'or. *Phys. Rev.*, 1956, **101**, 17.

LETTRE A LA RÉDACTION

RÉALISATION D'UN INTERFÉROMÈTRE DE MACH-ZEHNDER POUR L'EXAMEN DES PERTURBATIONS D'UNE ONDE LUMINEUSE AU VOISINAGE D'UN OBSTACLE

Par J. Ch. Viénot,
Université de Besançon.

Lorsqu'une onde initialement définie, puis perturbée au passage d'un obstacle, interfère avec une onde de référence connue, les modifications de structure des franges examinées dans un plan déterminé, permettent de reconstituer l'onde dans la région du bord de l'écran.

Cette méthode du fond cohérent, dont le principe vient d'être rappelé, utilisée par différents auteurs, [1], [2], [3], nécessite des conditions expérimentales particulièrement rigoureuses. Le problème consiste à obtenir un champ interférentiel assez étendu pour que les franges soient observables et une séparation suffisante des faisceaux sur lesquels seront disposés l'objet et éventuellement les objectifs. C'est une raison pour lesquelles l'interféromètre de Jamin a été rejeté : il n'était guère possible d'éliminer les inconvénients dus à une épaisseur de verre de 40 mm : absorption, réflexions multiples, variations du chemin optique dépendant seulement de la rotation des glaces, pour un dédoublement de 30 mm.

Plusieurs conditions apparaissent essentielles dans la mise en œuvre :

— *Stabilité* : l'appareil doit être isolé de toute vibration extérieure. Aucune différence de marche due à des déformations ne peut être admise. Les pièces principales, séparatrices et miroirs, seront montées sans contrainte mécanique et resteront en équilibre thermique.

— *Optique réduite* : le calcul de la visibilité des franges montre que les intensités suivant chacun des trajets doivent être sensiblement de même grandeur. Non seulement les chemins optiques seront égaux mais aussi les épaisseurs de verre traversées.

— *Indépendance complète des deux trajets* : la fonction d'aberration est plus facilement réductible. C'est le cas de l'interféromètre du type Mach-Zehnder adopté, comprenant une glace semi-transparente qui partage le faisceau incident dont les deux parties sont regroupées par une seconde séparatrice après réflexion sur deux miroirs aluminés.

Construction. — La table constituée par un plateau de chêne monté sur cornières entrecroisées, est installée sur un sol stable. On supprime les vibrations résiduelles par trois épaisses rondelles de caoutchouc, — dont la dureté a été choisie telle qu'il y ait amortissement des fréquences élevées et réduction des oscillations lentes dues à l'élasticité propre du caoutchouc —, et placées entre la table et une dalle de Comblanchien de grande inertie qui supporte l'appareil. Dans chacune

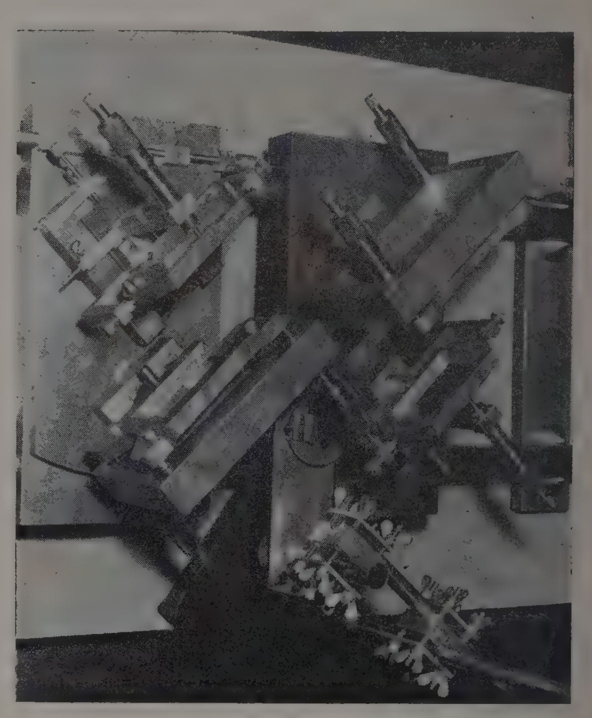


Fig. 1.

des semelles de fonte du banc d'optique (photographie 1) sont vissés deux couples de cônes qui serviront de guides aux barres d'acier étiré. Les contacts ponctuels des barres sont assez voisins, compte tenu des dimensions, pour que le réglage ne change pas lorsqu'on rapproche ou qu'on éloigne l'un des deux blocs de l'appareil par rapport à l'autre de plusieurs centimètres. Le glissement de chaque bloc, profilé en ⌐ sur les barres recouvertes d'un film d'huile de vaseline, est assuré par deux vis et un élément plan.

Sur le premier bloc, tournent solidairement autour de l'axe vertical de S_1, la séparatrice S_1 et le miroir M_2 fixés sur une plate-forme à patins usinés en secteurs circulaires rectifiés, commandée par une vis à pompe de pas très faible. Le second bloc (M_1, S_2), est identique au premier, à la plate-forme près. Les séparatrices et les miroirs, maintenus dans leurs cadres par des ressorts

plats visibles sur la photographie 2, reposent sur des perles de soudure à l'étain et des cales en liège. Les ressorts de rappel des montures de séparatrices étant insuffisants pour le poids de celles-ci, elles sont sup-



Fig. 2.

portées en 2 points par un ressort dont la forme calculée est une double conchoïde de droite. Chaque séparatrice tourne autour d'une bille, poussée par deux vis micrométriques, à 90°, aux sommets d'une pièce de bronze massif. L'extrémité plane des touches appuie sur des billes de 3 mm de diamètre chassées dans la monture de la lame. Les ressorts et les palmers peuvent être ajustés de manière à ce que les mouvements soient continus. Les miroirs tournent indépendamment suivant leurs axes horizontaux et verticaux. Ces rotations devant satisfaire à des tolérances serrées en fin de réglage, le cadre est monté, entre pointes, et l'étrier sur butée à billes à double effet. En outre, chaque miroir fixé sur une glissière à rattrapage de jeu, entraînée par deux vis « push-pull », est susceptible de déplacements à 45° du rayon moyen, ce qui permet l'égalisation des chemins optiques sans recours à un compensateur. Ceci est encore justifié par la dimension des lames et miroirs (52 × 61 mm), l'ouverture du collimateur (F/12,5) qui laissent un champ confortable, et par l'épaisseur rigoureusement égale des séparatrices (11,325 mm ; parallélisme des faces à moins d'une demi-frange ; planéité de l'ordre de λ/12). Toute lumière parasite due à des réflexions métalliques avait été évitée par un noir mat particulièrement absorbant, préparé en additionnant à du noir végétal une solution de polyvinyles dans un mélange à base de cyclohexanone et trichloréthylène. Pour une stabilité et une adhérence durable, l'épaisseur du film devrait être trop importante (0,1 mm) et la solution a été abandonnée.

Accessoires. — Trois types de sources ont été utilisés : le doublet jaune du sodium, la lampe Philora à moyenne pression, la lampe Gallois et la lampe Cooper-Hewitt à basse pression, donnant au moyen d'un filtre, la raie verte du mercure. Au foyer du collimateur, de longueur focale 100 cm, le diaphragme à iris a été remplacé par un trou percé dans du clinquant. On a remarqué qu'il y a avantage à placer l'objectif collimateur à une certiane distance de la face d'entrée de l'interféromètre, ce qui, d'ailleurs, n'est pas en contradiction avec le raisonnement de Rayleigh [4] montrant que les fluctuations dans le front d'onde s'évanouissent sur quelques λ dans le seul cas où la longueur d'onde de l'irrégularité n'excède pas λ. Une lunette de visée ou une lentille collectrice en arrière de S_2 permet la mise au point dans le plan de l'objet.

Réglage. — En se limitant aux considérations géométriques basées sur les propriétés de l'ellipsoïde dont les séparatrices sont les foyers et pour lequel les miroirs sont tangents à sa surface [5], il apparaît que lorsque les quatre lames sont respectivement aux sommets d'un carré et pour un faisceau cylindrique incident à 45°, les conditions optima à partir d'un ajustement initial voisin du réglage idéal sont obtenues par rotation de (M_2 S_1) autour de S_1, le cheminement du rayon moyen n'étant pas nécessairement contenu dans un plan.

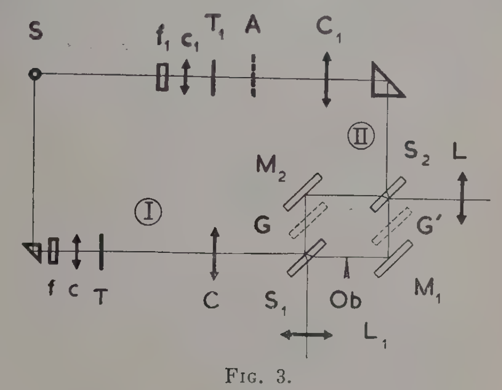


Fig. 3.

D'où le réglage en trois temps (*fig.* 3) :

1° Les quatre lames sont amenées au parallélisme approché. G étant une glace de même qualité que les séparatrices et S_1 dans un plan vertical à 45° de la direction de la source, on fait autocollimations successives sur S_1 et G, puis G et M_2, G et M_1, pour une position fixe de la glace auxiliaire. L'opération n'offre aucune difficulté grâce aux entailles dans les cadres et montures, prévues à cet effet. Enfin S_2 est rendu parallèle à M_1, la glace étant en G'.

2° Il est relativement facile de confondre les axes des deux interféromètres constitués en faisant fonctionner l'appareil suivant ses deux possibilités, c'est-à-dire S_1 jouant le rôle de première (I), puis de seconde séparatrice (II). La face métallisée est antérieure en utilisation normale (I) avec le collimateur C, et postérieure avec le collimateur auxiliaire C_1 (II). Il suffit de faire coïncider les deux images à l'infini de T vues à travers L et les deux images à l'infini de T_1 vues à travers L_1. On obtient simultanément la coïncidence des deux

images de l'objet à distance finie A suivant le chemin (II). Les axes sont alors confondus et la différence de marche voisine de zéro.

3° Réglage fin dont il a été question plus haut par rotation de (M_2, S_1) : on examine les franges visibles à travers L. L'orientation et la largeur des franges sont déterminées en agissant sur S_2. On n'arrive qu'à une pseudo teinte plate : il reste à peu près une frange sur les bords du champ. Cette méthode donnant en même temps le réglage du parallélisme et la différence de marche nulle a paru plus rapide que la méthode de Price [6] par ailleurs suivie par l'auteur pour un autre appareil du même type construit différemment.

L'étude de la visibilité des franges en fonction de faibles variations des chemins optiques, des dimensions de la source et du chromatisme de la raie spectrale, sera exposée ailleurs. Indiquons seulement que la relation entre la visibilité et le produit (cohérence spatiale) × (cohérence chromatique) [7] a été vérifiée dans le cas du doublet 5 890 Å, 5 896 Å de Na.

Les observations oculaires de l'arête d'une lame de rasoir ont été effectuées avec la raie 5 461 Å de la lampe à mercure sous basse pression. Lorsque le champ utile est occupé par une soixantaine de franges, c'est-à-dire pour un interfrange de l'ordre de 0,2 mm, et si on met au point sur le tranchant orienté perpendiculairement aux franges, celles-ci présentent une discontinuité à une distance de l'arête d'un quart d'interfrange environ, soit une cinquantaine de microns, résultats différant sensiblement de ceux de A. Maréchal et F. Naudin [2].

Dans l'intervalle, il semble que les franges s'écrasent sur l'arête ; la perturbation est beaucoup plus visible lorsque le tranchant est orienté obliquement. Dès qu'on sort de la mise au point, les phénomènes de diffraction apparaissent comme on s'y attendait ; on constate un « pliage » des franges qui change de sens lorsque le plan de visée passe par la mise au point exacte.

L'exploration directe du champ point par point au moyen d'une fente étroite (palpeur optique) n'est pas satisfaisante en raison de la largeur réduite au voisinage de la lame. On a envisagé la reconstitution de l'onde perturbée par intégration d'intensité en chaque élément du domaine de perturbation et mesure du flux total lorsque la phase de l'onde de référence varie de façon continue.

Lettre reçue le 26 décembre 1956.

RÉFÉRENCES

[1] Nienhuis (K.), *Thèse*, 1948, Gröningen University, Batavia.
[2] Maréchal (A.) et Naudin (F.), *Rev. Opt.*, 1951, **30**, n° 2.
[3] De (M.), *Thèse*, London University, 1956.
[4] Rayleigh, *Scientific Papers*, 1887-1892, **III**, 117.
[5] Bennet (F. D.) et Kahl (G. D.), *J. Opt. Soc. Amer.*, 1953, **43**, n° 2, 71
[6] Price (E. W.), *Rev. Sc. Inst.*, 1952, **23**, n° 4, 162.
[7] Hopkins (H. H.), *Proc. Roy. Soc.*, A, 1951, **208** et 1956. Private.

RÉSUMÉS DES ARTICLES

Sur l'utilisation des pseudo-tenseurs en physique, par Th. Vogel, C. R. S. I. M., Marseille (*J. Physique Rad.*, 1957, **18**, 81). — La plupart des physiciens utilise, concurremment avec les tenseurs vrais, des êtres tels que les vecteurs axiaux, les densités et les capacités tensorielles, dont les lois de transformation sont différentes, et qui ne se rencontrent pas, en général, dans les traités dus à des mathématiciens. Dans un ouvrage récent, nous n'avons pas cru devoir évoquer ces « pseudo-tenseurs » ; nous voudrions nous en expliquer ici, pour répondre à certaines objections.

Diffusion nucléon-nucléon par des forces non centrales. II. Diffusion proton-proton, par M. Gourdin, Laboratoire de Physique de l'École Normale Supérieure, Paris (*J. Physique Rad.*, 1957, **18**, 85). — La diffusion proton-proton, en présence de forces tenseur, est étudiée de la même manière que la diffusion neutron-proton en tenant compte, cette fois, de la force de Coulomb et du principe de Pauli. La section efficace différentielle de diffusion a été calculée pour les premiers états *S*, *P*, *D*, *F*.

Constantes optiques de l'argent en couches minces, par R. Philip et J. Trompette, Laboratoire de Physique Générale, Faculté des Sciences de Marseille (*J. Physique Rad*, 1957, **18**, 92). — Si l'on suppose, en première approximation, qu'une couche mince métallique est continue, homogène, isotrope et limitée par deux faces planes et parallèles, on peut la caractériser par trois paramètres : l'épaisseur d, l'indice de réfraction ν et l'indice d'extinction $\varkappa$, ces deux derniers pouvant d'ailleurs constituer un indice complexe $n = \nu - j\varkappa$.

Nous nous sommes proposé, dans le présent travail, de déterminer ces trois paramètres pour des lames très minces d'argent dans le visible et le proche ultra-violet et en particulier au voisinage de la bande de transparence de l'argent (3 100 Å).

Nous avons utilisé pour ces déterminations la méthode de Malé [1] qui a l'avantage de fournir *simultanément d*, ν et $\varkappa$ en utilisant seulement des mesures faites en incidence normale. On évite ainsi l'influence d'une éventuelle anisotropie de la couche et on limite les erreurs et les difficultés d'interprétation des résultats dues à un manque possible d'homogénéité, comme l'a montré P. Bousquet.

Au moyen des résultats ainsi obtenus nous avons essayé de vérifier les théories de Maxwell-Garnett, Malé et David sur la variation des constantes ν et $\varkappa$ avec l'épaisseur des couches. La théorie de David nous a enfin permis de donner un ordre de grandeur des dimensions des micro-cristallites constituant les couches les plus minces.

Sur la cohérence du phénomène de diffusion multiple de la lumière dans la résonance optique, par M[lle] M.-A. Guichon, MM. J. E. Blamont et J. Brossel, Laboratoire de Physique de l'École Normale Supérieure, Paris (*J. Physique Rad.*, 1957, **18**, 99). — On constate que les raies de résonance magnétique correspondant aux transitions entre sous-niveaux Zeeman de l'état $6^3 P_1$ de l'atome de mercure ont une largeur qui *diminue* quand la densité de vapeur *augmente* (le facteur d'affinement est d'environ 2,5 entre — 30 °C et + 20 °C). Il est donc possible d'observer des raies dont la largeur est très inférieure à la « largeur naturelle » telle qu'elle est déterminée par la durée de vie du niveau. Le seul processus susceptible d'expliquer ce phénomène nous paraît être une diffusion multiple de type cohérent.

Effets des neutrons rapides sur quelques constantes physiques du quartz cristallin et de la silice vitreuse, par Guy Mayer et Jean Gigon, Commissariat à l'Énergie Atomique, Service de Chimie physique (*J. Physique Rad.*, 1957, **18**, 109). — Des séjours prolongés dans la pile de Saclay modifient les dimensions et les fréquences propres de différents modes de vibration d'échantillons de silice vitreuse et de quartz cristallin. A l'aide de ces grandeurs mesurées à chaque étape d'irradiation, nous avons essayé de suivre l'évolution des six constantes élastiques indépendantes que la théorie de Voigt accorde au quartz et des deux constantes de la silice vitreuse. Nous avons également mesuré des coefficients de dilatation thermique et une constante piézoélectrique du quartz. Nous présentons ici les premiers résultats expérimentaux de ces études poursuivies depuis deux années.

Étude des électrons Auger-*K* et des électrons de conversion du ^{57}Co. par MM. J. B. Bellicard et A. Moussa, Institut de Physique Atomique, Lyon (*J. Physique Rad.*, 1957, **18**, 115). — Le ^{57}Co se désintègre par capture *K* suivie de l'émission de photons d'assez faible énergie. En utilisant des sources de grande activité spécifique et un spectromètre magnétique à double focalisation, on a étudié les électrons Auger-*K* et les électrons de conversion émis lors de cette désintégration.

On a déterminé les intensités relatives des sous groupes d'électrons Auger, et comparé leurs énergies aux valeurs théoriques. Les énergies des raies de conversion ont été déterminées avec précision, ainsi que les rapports K/L. L'accord avec le schéma de désintégration proposé par Goldhaber et Hill est satisfaisant, le rapport K/L du gamma de 14 keV étant bien compatible avec une transition de type M1.

La resensibilisation, aux basses températures, des photopiles au sélénium par l'action du proche infra-rouge, par G. Blet, C. R. S. I. M., Marseille (*J. Physique Rad.*, 1957, **18**, 121). — Une cellule photovoltaïque au sélénium perd progressivement sa sensibilité lorsqu'on la refroidit. On peut lui redonner une sensibilité voisine de sa sensibilité à la température ambiante en l'éclairant par un rayonnement de longueur d'onde convenable dans le proche infrarouge. Les différents aspects de ce phénomène peuvent être ramenés à une loi unique, l'influence des divers paramètres se bornant à modifier les échelles sur les axes du graphique représentant la variation de la sensibilité en fonction de l'énergie de réactivation.

Propriétés optiques du palladium en couches minces, par D. Malé et J. Trompette, Laboratoire de Physique, Facultés des Sciences, Marseille (*J. Physique Rad.*, 1957, **18**, 128). — On a étudié les propriétés optiques du palladium en couches minces pour cinq radiations du visible et du proche ultra-violet. On en a déduit, par une méthode exposée précédemment, les indices de réfraction et d'extinction ainsi que la masse spécifique des couches.

ABSTRACTS OF THE PAPERS

Effects of fast neutron on some physical constants of crystalline quartz and fused silica, by G. MAYER et J. GIGON, Commissariat à l'Énergie Atomique, Service de Chimie physique (*J. Physique Rad.*, 1957, **18**, 109). — Prolonged irradiations in the Saclay reactor P2 changed the size of various samples of fused silica and crystalline quartz and the frequencies of many of their normal modes of vibration. With the help of these quantities, measured at various stages of irradiation, we tried to follow the evolution of the six elastic constants of quartz and of the two elastic constants of fused silica. Thermal expansion coefficients and one piezoelectric constant were also measured. We give here the first experimental results of these studies.

Investigation on Auger-K electrons and conversion electrons of ^{57}Co, by J. B. BELLICARD and A. MOUSSA, Institut de Physique Atomique, Lyon (*J. Physique Rad.*, 1957, **18**, 115). — ^{57}Co decays by K-capture followed by emission of low-energy quantas. We have studied the Auger-K electrons and conversion electrons, with high specific activity sources and an iron-free double focusing beta-ray spectrometer.

The relative intensities of Auger-K electrons subgroups have been determined and their energies compared with the theoretical values. We have measured with precision the energies of conversion lines and the K/L ratios, and found agreement with the disintegration scheme proposed by Goldhaber and Hill. The K/L ratio of 14 keV gamma-ray is quite compatible with a M1 transition.

On the re-energization of selenium photocell at low temperatures through near infra-red action, by G. BLET, C. R. S. I. M., Marseille (*J. Physique Rad.*, 1957, **18**, 121). — A selenium photovoltaic cell loses gradually its sensitivity as its temperature decreases. It can be re-energized nearly to its room temperature level by means of a near infra-red radiation of suitable wave-lenght. This phenomenon has several aspects, which can however be reduced to one single law, the differents parameters intervening only to change scales on the graph giving sensitivity versus re-energization power.

Optical properties of thin palladium layers, by D. MALÉ and J. TROMPETTE, Laboratoire de Physique Générale, Faculté des Sciences, Marseille (*J. Physique Rad.*, 1957, **18**, 128). — Optical properties of thin palladium layers are investigated for five visible and near U. V. radiations. The refractive and extincting indexes, and the density of the layers are deduced by a formerly indicated method.

On the use of pseudo-tensors in Physics, by Th. VOGEL, C. R. S. I. M., Marseille (*J. Physique Rad.*, 1957, **18**, 81). — Most physicists make use, in addition to true tensors, of other geometrical objects, such as axial vectors, tensor capacities and tensor densities, governed by special transformation rules. These objects are generally not discussed in treatises written by mathematicians. In a recent book, the present author has not thought fit to make use of them; in answer to certain remarks, he states his reasons in this paper.

Nucleon-nucleon scattering by non central forces. II. Proton-proton scattering, by M. GOURDIN, Laboratoire de Physique de l'E. N. S., Paris (*J. Physique Rad.*, 1957, **18**, 85). — In complete analogy to the case of neutron-proton scattering we study the proton-proton scattering with tensor forces by the aid of the exclusion principle of Pauli and the Coulomb potential. The differential cross-section is given for the P and F states when the higher angular moment are neglected.

Optical constants of thin silver layers, by R. PHILIP and J. TROMPETTE, Laboratoire de Physique, Faculté des Sciences, Marseille (*J. Physique Rad.*, 1957, **18**, 92). — Admitting as a first approximation that a thin metallic layer is continuous, homogeneous, isotropic and limited by two plane and parallel faces, it can be caracterized by three parameters: thickness, refractive index and extinction index (these two indexes can be substitued by one complex index $n = \nu - j\varkappa$).

We attempted to measure the three parameters of very thin silver layers for visible hight and near U. V., especially near the transparence band of silver (3 100 Å).

We used Malé's method, which gives at the same time d, ν and $\varkappa$ from measures carried out at a perpendicular incidence. P. Bousquet pointed out that it is possible, in that way, to avoid influence of a possible inhomogéneity.

According to our results, we tried to verify the Maxwell-Garnet's, Malé's and David's theories on the variation of ν and $\varkappa$ as functions of the thickness. David's theory gives an order of magnitude of the microcrystals which constitute the thinest layers.

About coherence of imprisonement of resonance radiation, by M.-A. GUIOCHON, J. E. BLAMONT and J. BROSSEL, Laboratoire de Physique de l'École Normale Supérieure, Paris (*J. Physique Rad.*, 1957, **18**, 99). — While studying the radiofrequency transition between the Zeeman sublevels of the $^3P_1$ excited state of mercury by the « double resonance method », we found that the width of the line depends on the number of Hg atoms per cc in the vapour. In fact, the line width decreases by a factor 2,5 when the temperature of the mercury goes from -30 °C to $+22$ °C; the width of the observed line is then 2,5 times smaller than the natural line width of the levels involved in the transition.

The above facts are due to imprisonement of resonance radiation and to its property of beeing a coherent process.

Spectre de fréquences d'une chaîne linéaire désordonnée, par Jacques DES CLOIZEAUX, Laboratoire de Physique de l'École Normale Supérieure (*J. Physique Rad.*, 1957, **18**, 133). — En étudiant le spectre de fréquences d'une chaîne linéaire de masses couplées par des ressorts, dans le cas où les valeurs des masses et les forces des ressorts sont aléatoires, F. Dyson [1] a été conduit à calculer le spectre d'une certaine classe de matrices aléatoires par une méthode de moments. Une démonstration simplifiée a été publiée par R. Bellman [2]. Une méthode toute différente qui permet d'obtenir les mêmes résultats est exposée ici.

La diffusion élastique des électrons. par R. ZOUCKERMANN, Faculté des Sciences, Poitiers (*J. Physique Rad.*, 1957, **18**, 133). — Diffusion élastique des électrons utilisés en diffraction et en microscopie électroniques. (De 10 à 100 kV).

Confrontation de la formule classique de Rutherford avec les résultats de la mécanique ondulatoire non relativiste (Schrödinger) et ceux de la mécanique ondulatoire relativiste (Dirac).

Elastic collision of electrons, by R. Zouckermann, Faculté des Sciences, Poitiers (*J. Physique Rad.*, 1957, **18**, 133). — Elastic collision of the electrons used in electronic diffraction and microscopy (between 10 and 100 kV). Comparison of Rutherford's classical formula with the results of non relativistic wave mechanics (Schrödinger) and of relativistic wave mechanics (Dirac).

Frequency spectrum of disordered linear chain, by J. Des Cloizeaux, Laboratoire de Physique, École Normale Supérieure, Paris (*J. Physique Rad.*, 1957, **18**, 133). — The frequency spectrum of a linear chain of random masses coupled by springs of elastance distributed at random, has been investigated by F. J. Dyson. For that purpose F. J. Dyson used a moment method in order to compute the spectrum of a certain class of disordered matrices A simpler derivation of the same result has been published by R. Bellman. A very different method is presented in the following paper.

Le Gérant : Maurice Blondin. — Dépôt légal : 1er trim. 1957. — Imp. Taffin-Lefort, à Lille (France).